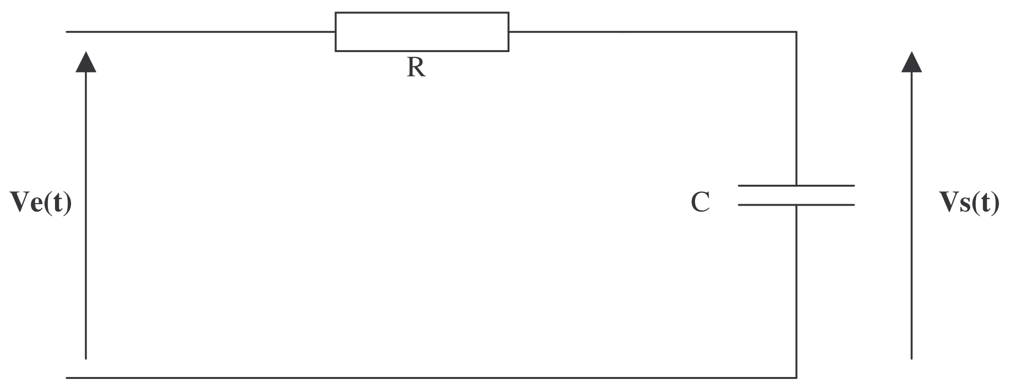
T.P. numéro 6 : *étude d'un filtre RC.*

But : 1) étude théorique d'un circuit RC en régime sinusoïdal.
2) tracé du module de la fonction de transfert .
3) analyse d'un signal carré par le logiciel FOURIER et réponse du circuit RC à ce signal.

On considère le circuit suivant :



Les composants R et C ont pour valeur respective : R = 680 Ω et C = 10 nF.

I – Etude rapide du filtre.

Ve(t) est un signal sinusoïdal de valeur maximale 5V et de fréquence variable.

Faire le montage avec les valeurs des composants et relever la forme, l'amplitude de la tension Vs(t) ainsi que le déphasage de Vs(t) par rapport à Ve(t) pour les fréquences suivantes : f = 10 Hz, f = 100 Hz, f = 1 kHz, f = 10 kHz, f = 100 kHz et f = 1 MHz.

Que peut-on dire de l'évolution :
- de l'amplitude de Vs(t) en fonction de f ?
- du déphasage de Vs(t) par rapport à Ve(t) en fonction de f ?

Quel nom donner alors à ce filtre ?

Retrouver ce résultat par la théorie :
- rappeler l'expression de l'impédance complexe du condensateur Zc.
- donner la valeur limite de $|Zc|$ pour $f \to 0$ et $f \to \infty$.
- en déduire par quel composant simple on peut remplacer C si $f \to 0$ et $f \to \infty$.
- appliquer ce qui précède au circuit étudié et en déduire la valeur de Vs si $f \to 0$ et $f \to \infty$.

<u>II – Etude approfondie du filtre : fonction de transfert.</u>

<u>Présentation de la fonction de transfert : (définition et utilité)</u>
On veut pouvoir calculer et mesurer :
- le rapport entre l'amplitude de Vs(t) et celle de Ve(t) noté (Vs/Ve) en fonction de f.
- le déphasage entre Vs(t) et Ve(t) noté φ en fonction de f.

<u>Par le calcul :</u>

Les deux courbes que l'on veut tracer sont cachées dans un seul calcul : la fonction de transfert complexe
$\underline{\mathbf{H}} = (\underline{\mathbf{vs}}/\underline{\mathbf{ve}})$ avec $\underline{vs}$ et $\underline{ve}$ les nombres complexes associés à Vs(t) et Ve(t).

En effet, $|\underline{\mathbf{H}}|$ = Vs/Ve : rapport des amplitudes et $\arg(\underline{\mathbf{H}}) = \arg(\underline{vs}) - \arg(\underline{ve}) = \varphi$

Il suffit donc de calculer $\underline{H}$ et d'exprimer son module et son argument.

Refaire le schéma du montage en remplaçant les composants par leur impédance complexe et calculer $\underline{vs}$ en fonction de $\underline{ve}$ (penser au diviseur de tension).
En déduire l'expression de $\underline{H}$ en fonction de R, C et f..
Mettre cette expression sous la forme la plus simple possible à savoir : $\underline{H} = \dfrac{\text{Numérateur à 1 étage}}{\text{Dénominateur à 1 étage}}$.

Mettre cette expression sous la forme classique : $\underline{\mathbf{H}} = \dfrac{k}{1 + (f/f_0)}$ où on montrera que k = 1 et $f_0 = \dfrac{1}{2.\pi.R.C}$

Exprimer alors $|H|$ et φ en fonction de k, f et f_0.
Donner les valeurs limites de $|H|$ et φ si $f \to 0$ et $f \to \infty$.
Ces valeurs confirment-elles le I ?

On définit la fréquence de coupure par : c'est la fréquence pour laquelle la puissance de sortie est la moitié de la puissance maximale disponible.
Cela revient à calculer la fréquence pour laquelle $|H|$ vaut sa valeur maximale divisée par $\sqrt{2}$.
Que vaut $|H|$ au maximum ? Calculer alors la fréquence de coupure de ce filtre.

<u>Mesure</u> : On veut mesurer le rapport (Vs/Ve) en fonction de f, pour f compris entre 1 kHz et 100 kHz.
On utilise alors une feuille de papier semi-logarithmique, c'est-à-dire qu'on va représenter log(f) en abscisse à la place de f, pour pouvoir représenter la fonction sur toute la plage de fréquence voulue.

Repérer la zone de fréquence où l'amplitude de sortie U_s commence à varier. C'est cette zone qui est importante.
Remplir alors le tableau suivant :

f	1 kHz	5 kHz	10 kHz	15 kHz	20 kHz	21 kHz	22 kHz
Vs							
φ(f)							
Vs / Ve							

f	23 kHz	24 kHz	25 kHz	30 kHz	50 kHz	100 kHz	
Vs							
φ(f)							
Vs / Ve							

où V_s est la valeur maximale de la tension de sortie et Ve la valeur maximale de la tension d'entrée.

Tracer sur une feuille de papier semi-logarithmique la fonction $|H|$ = Vs / Ve en fonction de f.

Trouver, à partir de votre graphique, la fréquence de coupure pratique.
Comparer alors à la fréquence de coupure théorique.

III – Analyse d'un signal carré à l'aide du logiciel FOURIER Réponse du circuit précédent à ce signal.

Rappel : FOURIER a montré que tout signal périodique de période T (donc de fréquence $f_1 = 1 / T$) peut être décomposé en une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences 0, f_1, $2.f_1$, $3.f_1$, …
On peut donc reconstruire un signal quelconque en une somme de sinusoïdes.

$e(t) = E0 + E_1.\sin(2.\pi.f_1.t + \varphi1) + E_2.\sin(2.\pi.2.f_1.t + \varphi2) + E_3.\sin(2.\pi.3.f_1.t + \varphi3) + E_4.\sin(2.\pi.4.f_1.t + \varphi4) + ...$

- E0 est la valeur moyenne de e(t).
- $E_1.\sin(2.\pi.f_1.t + \varphi1)$ s'appelle le fondamental de e(t) (à la même fréquence que e(t))
- $E_2.\sin(2.\pi.2.f_1.t + \varphi2)$ s'appelle l'harmonique de rang 2 (à la fréquence 2 fois plus grande que e(t))
- $E_3.\sin(2.\pi.3.f_1.t + \varphi3)$ s'appelle l'harmonique de rang 3 (à la fréquence 3 fois plus grande que e(t))

Les valeurs de E_1, E_2, de φ1, φ2, et de φ3 sont données soit par des calculs mathématiques, soit par un logiciel.

On utilise ici le logiciel « FOURIER » présents sur les stations de travail.
Le signal e(t) est un signal carré de fréquence f_1 = 20 kHz et d'amplitude 2V.

Ouvrir alors le logiciel FOURIER et procéder de la manière suivante :
Aller dans « période » → « dessiner » et tracer le signal [-2 ;+2] avec la souris.
Sauver votre dessin avec un nom que vous reconnaîtrez.
Faire « calcul » → « Fourier » avec un nombre d'harmoniques de 7 et une fréquence du fondamental de 20 kHz.
Relever les coefficients Bn et les phases correspondantes. Ecrire alors e(t) avec 7 harmoniques.

Faire « réponse » → « restitution » avec un nombre d'harmoniques de 7. Faire F10 pour comparer avec la fonction initiale. Utiliser ensuite les touches + et - pour faire apparaître plus ou moins d'harmoniques. Le nombre de 7 harmoniques est-il suffisant pour reconstruire correctement ce signal ?

Refaire le calcul avec un nombre d'harmoniques de 30 et recommencer la reconstruction du signal avec ce nombre plus élevé d'harmoniques.

On suppose qu'un nombre de 7 harmoniques est suffisant pour caractériser le signal d'entrée e(t).

A l'aide des coefficients Bn donnés par le logiciel FOURIER, écrire de nouveau la fonction e(t) en remplissant le tableau ci-dessous :

Fréquence en kHz	0	20	60	100	140
coefficient	E0	E1	E3	E5	E7
Valeur					
Valeur de Vs/Ve pour cette fréquence (voir courbe)					
Valeur du coefficient De Vs(t)					

Mettre à l'entrée du circuit RC précédemment étudié un signal carré e(t) de fréquence 20 kHz et d'amplitude 2 V.
Relever la forme du signal de sortie et tenter de dessiner ce signal à l'aide du logiciel FOURIER.
Comparer les coefficients Bn donnés par le logiciel et les coefficients donnés par la dernière ligne du tableau.