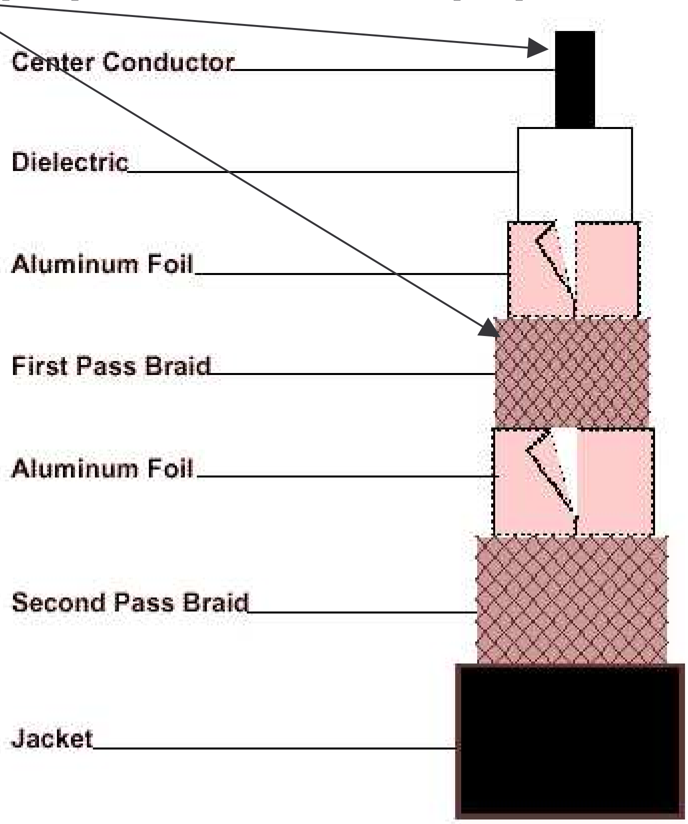
# T.P. numéro 5 : *propagation d'ondes dans une ligne coaxiale.*

**Buts du TP** : le but du TP n°5 est l'étude générale des ondes électromagnétiques dans un câble coaxial. Après une partie théorique où on introduit les notions essentielles à l'étude de la transmission dans le câble (définition de la ligne, onde directe et réfléchie, impédance caractéristique, coefficient de réflexion), on valide cette théorie par des exemples de transmission sur un câble coaxial de L = 100 m terminé par différentes impédances. On terminera ce TP par citer les avantages du câble coaxial par rapport aux autres modes de transmission.

## 1°) - onde progressive dans une ligne.

Une ligne coaxiale est un ensemble de deux conducteurs séparés par un matériau isolant entre lesquels peuvent circuler des ondes électromagnétiques (voir dessins)

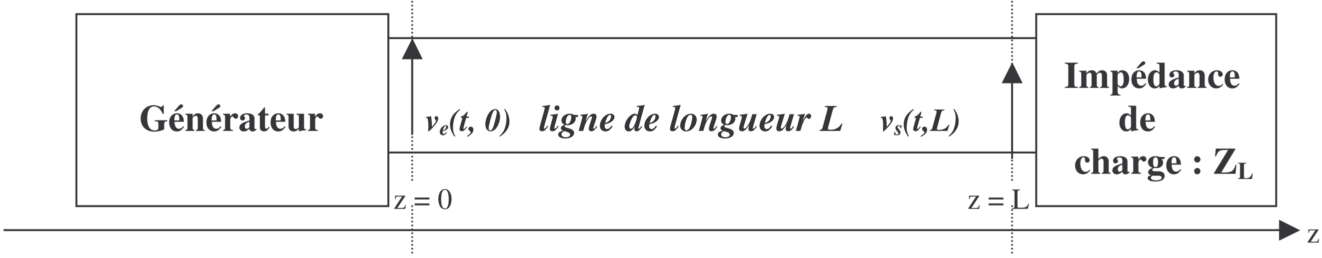




Deux cas peuvent alors se présenter :

- le temps de parcours des ondes dans la ligne est suffisamment court devant la période du signal à transporter pour pouvoir considérer que le signal (courant par exemple) est le même en tout point de la ligne à l'instant t (approximation des régimes quasi permanents). C'est le cas si la longueur de la ligne est petite devant la longueur d'onde du signal (signaux basse fréquence).

- dans le cas contraire (transmission de signaux haute fréquence sur des longueurs importantes par exemple), on ne peut plus négliger le temps de parcours et on est obligé de découper la ligne en petits tronçons de faible longueur où les grandeurs sont constantes et où on pourra appliquer les lois classiques de l'électricité. On dit que l'on travaille sur une ligne à constantes réparties.

Le schéma du montage sera alors le suivant :



Si on applique à l'entrée de cette ligne une onde de tension sinusoïdale : ve(t,0) = Ve.cos(ω.t), celle-ci va se propager le long de la ligne avec une vitesse V et atteindra le point à l'abscisse z avec un retard $\tau = \frac{z}{V}$.

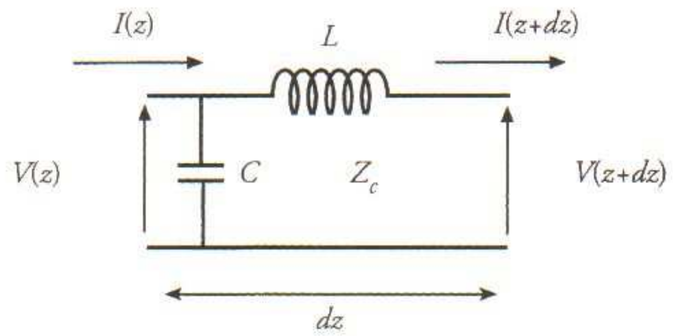
Au point M d'abscisse z, la tension s'exprimera donc par : $v_M(t, z) = V_M.\cos(\omega.(t-\tau)) = V_M.\cos(\omega.t - \frac{\omega}{V}.z)$

En faisant intervenir la longueur d'onde λ :
- rappeler la relation entre λ , V et T sachant que λ est la distance parcourue par l'onde en une période T.
- exprimer la tension $v_M(t, z)$ en fonction de t, T, z et λ .

Pour l'amplitude $V_M$, deux cas peuvent se présenter :
- la ligne est sans pertes et $V_M$ = Ve (l'amplitude reste constante au cours de la propagation).
- la ligne comporte des pertes et l'amplitude $V_M$ s'amortit si z augmente.

## 2°) - onde directe et réfléchie, impédance caractéristique .

On modélise un tronçon de la ligne de longueur dz (compris entre l'abscisse z et z+dz) par le schéma suivant :




L : inductance pure pour représenter l'énergie emmagasinée par la ligne.
C : capacité pure pour représenter l'énergie emmagasinée dans le diélectrique.
On considère dans un premier temps que la ligne est sans pertes. Pour en tenir compte, il faudrait ajouter une résistance R et une conductance G à L et C .
On adopte les notations complexes (en régime sinusoïdal) pour pouvoir utiliser les lois d'ohm classiques.
On pose $\underline{Z} = j.L.\omega$ et $\underline{Y} = j.C.\omega$
En écrivant les lois classiques des circuits (lois des mailles et des nœuds) et en se limitant au premier ordre, démontrer les deux relations suivantes :

$$\frac{d\underline{v}}{dz} = (-1)\times\underline{Z}\times\underline{i} \quad \textbf{et} \quad \frac{d\underline{i}}{dz} = (-1)\times\underline{Y}\times\underline{v}$$

avec $\underline{v}$ et $\underline{i}$ les notations complexes associées à $v_M(t,z)$ et à $i_M(t,z)$

Dériver ces deux équations pour obtenir « l'équation des télégraphistes » :

$$\boxed{\frac{d^2\underline{v}}{dz^2} = \gamma^2\times\underline{v} \quad \text{et} \quad \frac{d^2\underline{i}}{dz^2} = \gamma^2\times\underline{i} \quad \text{où } \gamma^2 = \underline{Y}\,.\,\underline{Z}}$$

γ est un nombre complexe qui peut s'écrire : γ = α + j.β
Préciser l'unité de α et β et donner l'expression de β en fonction de L, C et ω si la ligne est sans pertes.

Montrer alors que la tension et le courant $v_M(t,z)$ et $i_M(t,z)$ au point M peuvent s'exprimer comme la superposition d'une onde incidente (notée D comme directe) et d'une onde réfléchie (notée R) :

$$\boxed{\underline{v} = \underline{v}_D\,.\,e^{-\gamma.z} + \underline{v}_R\,.\,e^{+\gamma.z}}$$

$$\boxed{\underline{i} = \underline{i}_D\,.\,e^{-\gamma.z} + \underline{i}_R\,.\,e^{+\gamma.z}}$$

Montrer que : $\underline{v}_D \cdot e^{-\gamma.z} = \underline{v}_D \cdot e^{-\alpha.z} \cdot e^{-\beta.z}$ correspond à une onde progressive se dirigeant vers les z > 0.
Montrer de même que : $\underline{v}_R \cdot e^{+\gamma.z} = \underline{v}_R \cdot e^{+\alpha.z} \cdot e^{+\beta.z}$ correspond à une onde progressive se dirigeant vers les z < 0.

Donner la valeur de $\alpha$ si la ligne est sans pertes.
Exprimer le coefficient $\beta$ au cas où la ligne est sans pertes en fonction de L, C et $\omega$.

En se servant des deux relations démontrées précédemment : $\frac{d\underline{v}}{dz}=(-1)\times\underline{Z}\times\underline{i}$ **et** $\frac{d\underline{i}}{dz}=(-1)\times\underline{Y}\times\underline{v}$ **,** montrer qu'on a une relation entre les coefficients $\underline{i}_D$ et $\underline{i}_R$ d'une part et les coefficients $\underline{v}_D$ et $\underline{v}_R$ d'autre part :

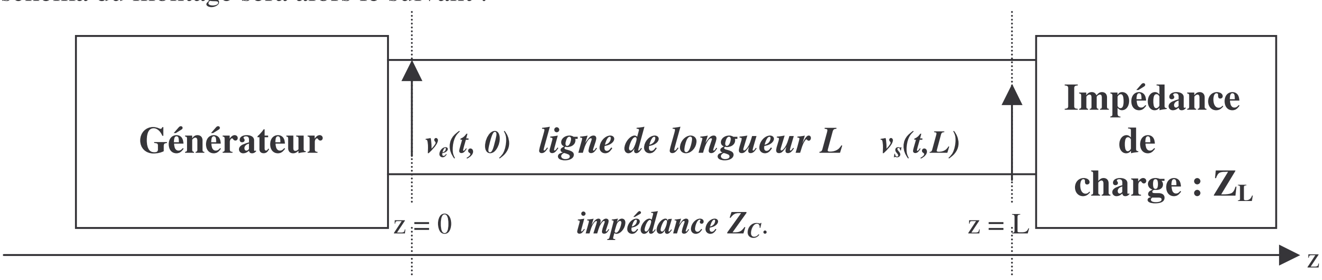
$$\boxed{\underline{i}_D=\frac{\underline{v}_D}{\underline{Z}_C} \quad \textbf{et} \quad \underline{i}_R=\frac{-\underline{v}_R}{\underline{Z}_C} \quad \textbf{avec } \underline{Z}_C=\sqrt{\frac{\underline{Z}}{\underline{Y}}}}$$

Zc est appelée impédance caractéristique de la ligne car si la ligne est de longueur infinie, l'onde réfléchie n'existe pas et on a : $\mathbf{\underline{v} = Zc \cdot \underline{i}}$
Exprimer l'impédance caractéristique en fonction de L et de C si la ligne est sans pertes.

## 3°) - coefficient de réflexion.

On considère une ligne de longueur L et d'impédance caractéristique $Z_C$ alimentée par un générateur dont l'impédance interne est également $Z_C$. Cette ligne est fermée en z = L par une impédance $Z_L$.

Le schéma du montage sera alors le suivant :




Le coefficient de réflexion de l'onde sur la charge en z = L est le rapport entre l'onde réfléchie et l'onde incidente,

soit : $\boxed{\rho=\frac{\underline{V}_R\cdot e^{\gamma\cdot L}}{\underline{V}_D\cdot e^{-\gamma\cdot L}}=\frac{\underline{V}_R}{\underline{V}_D}\times e^{2.\gamma L}}$

En écrivant qu'au bout de la ligne, on a également : $\underline{v}=\underline{Z}_L\times\underline{i}$, en déduire que : $\underline{Z}_L=\underline{Z}_C\times\frac{1+\rho}{1-\rho}$, puis finalement que :

$$\boxed{\rho=\frac{\underline{Z}_L-\underline{Z}_C}{\underline{Z}_L+\underline{Z}_C}}$$

Donner la valeur de ρ pour les trois cas spécifiques suivants :

- **cas n°1 : $Z_L = Z_C$** : on dit que la charge est adaptée à la ligne. Que se passe-t-il alors physiquement dans ce cas pour les ondes incidente et réfléchie en z = L ? Montrer que tout se passe comme si la ligne était de longueur infinie.

- **cas n°2 : $Z_L = \infty$ (ligne ouverte)** : Que se passe-t-il alors physiquement dans ce cas pour les ondes incidente et réfléchie en z = L ? Que vaut l'onde totale en z = L ? Que devient le courant en z = L ?

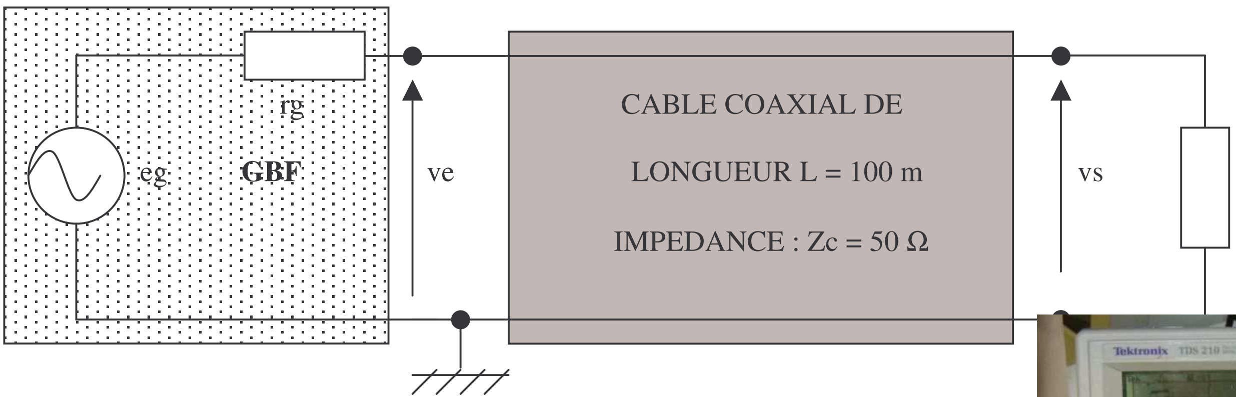
- **cas n°3 : $Z_L = 0$ (ligne en court-circuit)** : Que se passe-t-il alors physiquement dans ce cas pour les ondes incidente et réfléchie en z = L ? Que vaut l'onde totale en z = L ? Que deviennent les courants incident et réfléchi en z = L ?

## 4°) - manipulations.

### 4°) - 1. présentation des expérimentations.

On considère le système précédent où la ligne est un câble coaxial (type RG58) de L = 100 m d'impédance caractéristique $Z_C = 50\ \Omega$ , fermée sur une résistance R. Le générateur est un GBF d'impédance interne Rg = 50 Ω, de manière à ce que la ligne soit adaptée en entrée et qu'il n'y ait pas de réflexions multiples (il n'y aura pas de réflexion à l'entrée du GBF).

Le schéma expérimental sera le suivant :




Exprimer le coefficient de réflexion ρe à l'entrée de la ligne en fonction de rg et de Zc. Que vaut-il ici ?
Exprimer le coefficient de réflexion ρs en sortie de la ligne en fonction de R et de Zc.
Que vaut ρs si :

a) R = 50 Ω : ρs =

b) R = ∞ : ρs =

c) R = 0 Ω : ρs =

Dessiner alors sur l'annexe ci-dessous les deux ondes de tensions ve et vs pour les trois cas précédents, si on ne tient pas compte de l'affaiblissement. Expliquer pour chaque cas vos chronogrammes.

a) R = 50 Ω : ρs =


b) R = ∞ : ρs =

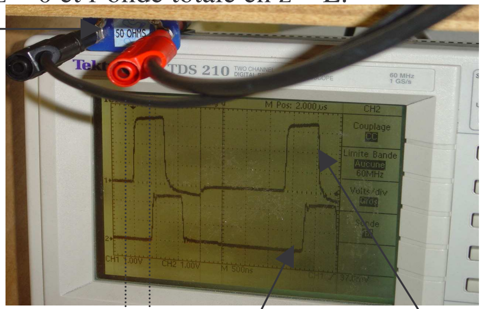

c) R = 0 Ω : ρs =

## 4°) - 2. cas de la ligne adaptée.

On place à la sortie de la ligne une résistance R = 50 Ω. On envoie un signal d'entrée ve(t) carré, compris entre 0 et 5 V, de fréquence f = 300 kHz et de rapport cyclique le plus petit possible et on observe les signaux ve(t) et vs(t).

Faire la manipulation. Identifier sur les chronogrammes l'onde incidente en z = 0 et l'onde totale en z = L.
Mesurer le temps de retard Δt entre les deux ondes.
En déduire la vitesse de l'onde dans le coaxial.
Comparer cette vitesse à celle de la lumière.
Comparer les amplitudes de ve(t) et de vs(t) : sont-elles égales ?
En déduire qu'il y a eu un amortissement de l'onde.
On appelle Ve la valeur maximale de ve(t) et Vs la valeur maximale de vs(t).

R = 50 Ω



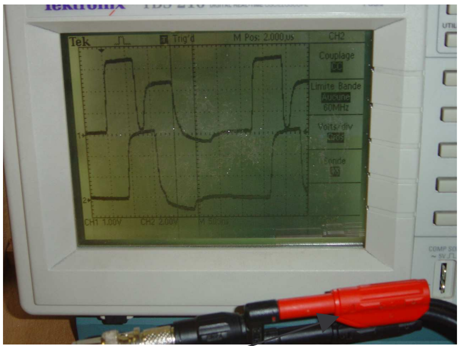

Δt vs ve

Montrer alors que $V_S = V_e \times e^{-\alpha \cdot L}$ où α est le coefficient qui intervient dans l'équation des télégraphistes : $\frac{d^2\underline{v}}{dz^2} = \gamma^2 \times \underline{v}$ avec γ = α + j.β

Mesurer alors le coefficient d'amortissement α en montrant que $\alpha = \frac{1}{L} \times \ln\left(\frac{Vs}{Ve}\right)$

## 4°) - 3. cas de la ligne ouverte.

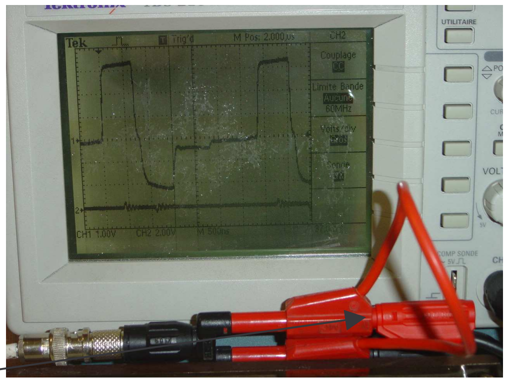
On place à la sortie de la ligne un circuit ouvert $Z_L = \infty$ .
Rappeler la valeur attendue du coefficient de réflexion ρ et la forme de l'onde totale. Effectuer la manipulation et comparer les résultats avec ceux attendus, notamment en ce qui concerne les amplitudes.
Identifier correctement les différents signaux, notamment pour la tension d'entrée ve(t).



R = ∝ (impédance de l'oscillo)

## 4°) - 4. cas de la ligne en court-circuit.

On place à la sortie de la ligne un circuit ouvert $Z_L = 0$ .
Rappeler la valeur attendue du coefficient de réflexion ρ et la forme de l'onde totale. Effectuer la manipulation et identifier correctement les différents signaux, notamment pour la tension d'entrée ve(t).



court-circuit

## 4°) - 5. calcul des paramètres linéiques de la ligne.

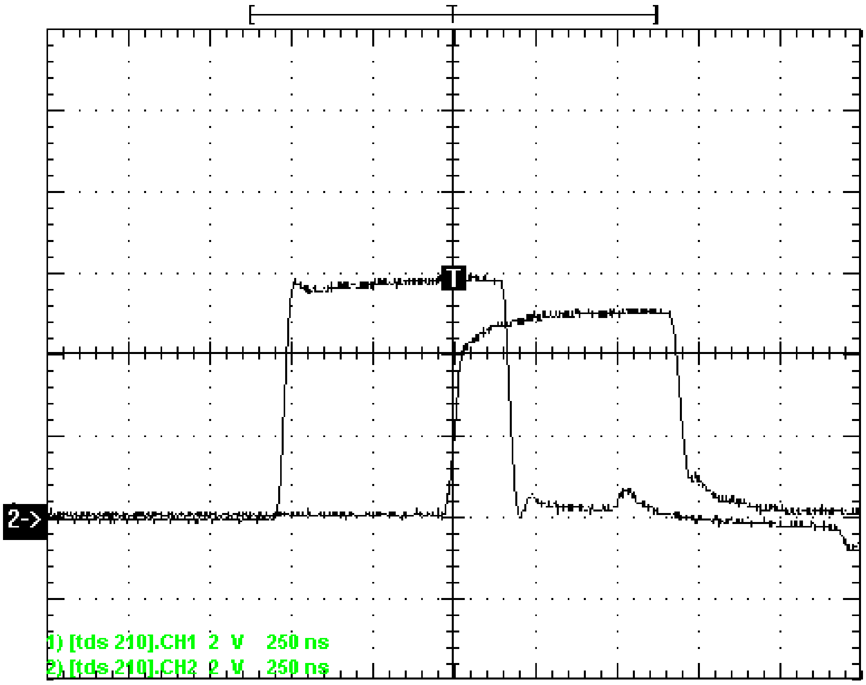
A l'aide des mesures de la vitesse de l'onde dans le coaxial et en supposant que l'affaiblissement est faible, on a démontré dans la partie théorique que $\left\{ vitesse = \dfrac{1}{\sqrt{L.C}} \quad et \quad Z_C = \sqrt{\dfrac{L}{C}} \right.$

A l'aide des mesures effectuées lors des manipulations, donner les valeurs des constantes linéiques de la ligne L et C.

## Courbes obtenues dans le cadre de ce TP :

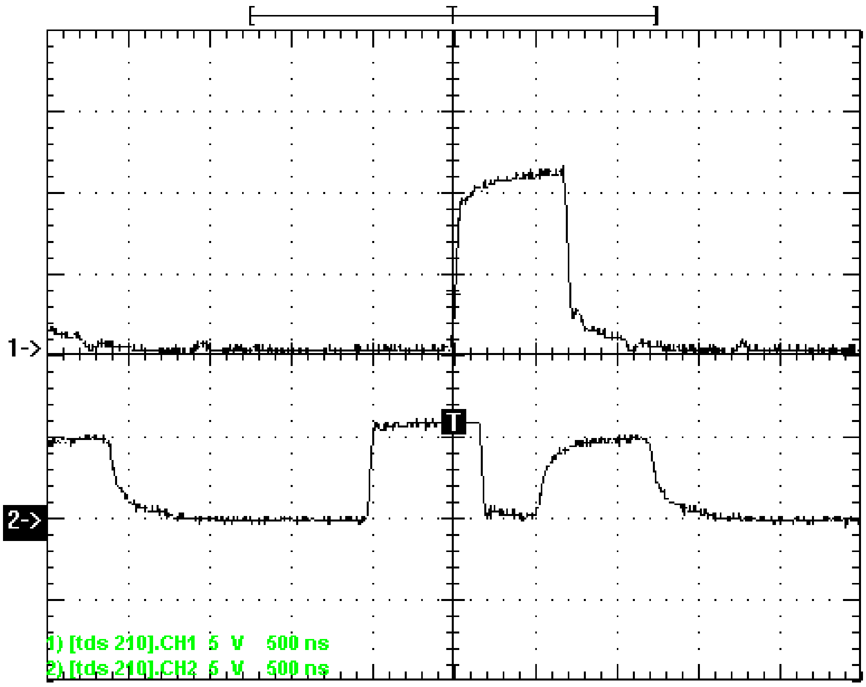
**Manipulation n°1** :

Transmission par câble coaxial :
RG58 50 ohm 100 m.
f = 300 kHz, R = 50 ohm
delta t = 520 ns, e = 5.68 V et
s = 4.88 V



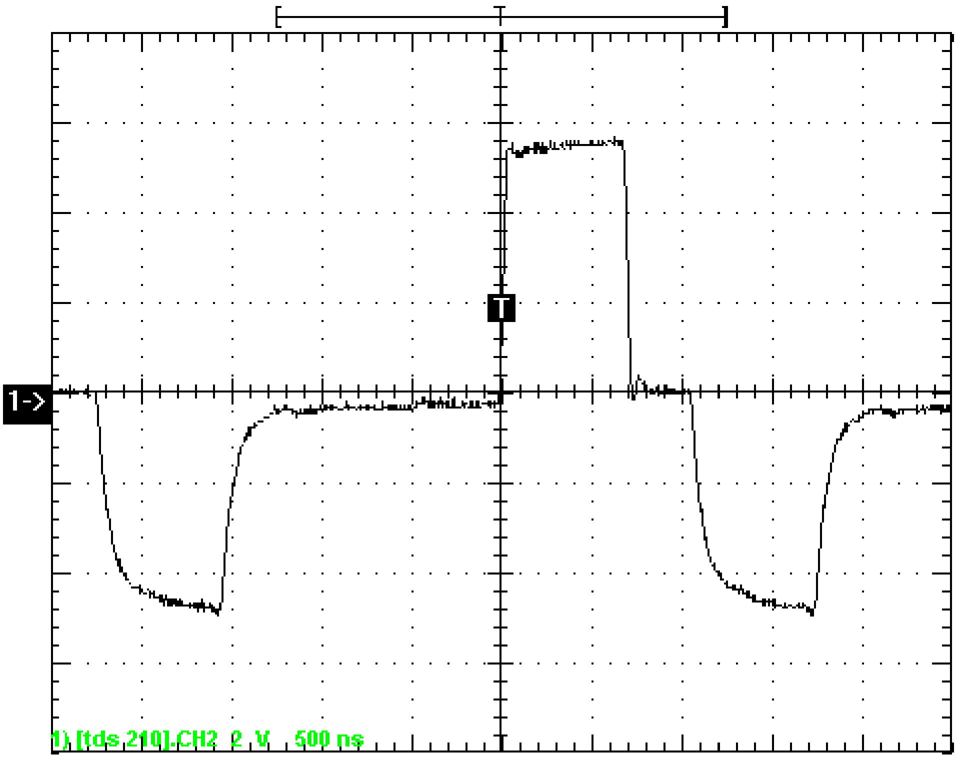

**Manipulation n°2 :**

Transmission par câble coaxial :
RG58 50 ohm 100 m.
f = 300 kHz, R = infini



**Manipulation n°3**:

Transmission par câble coaxial
RG58 50 ohm 100 m.
f = 300 kHz, R = 0
delta t = 1.04 mics, e = 5.6 V
et s = 4.8 V




**<u>Lien</u>** : un autre TP de ce genre peut être trouvé à l'adresse suivante : http://physique.fauriel.org/classe/mp.html

<u>Note</u> : on peut trouver des bobines de L = 100 m de câble coaxial avec Rc = 50 Ω chez CONRAD (www.conrad.fr) au prix de 68 € la bobine de 100 m. On peut peut-être trouver moins cher mais c'est ici que nous avons acheté le nôtre.