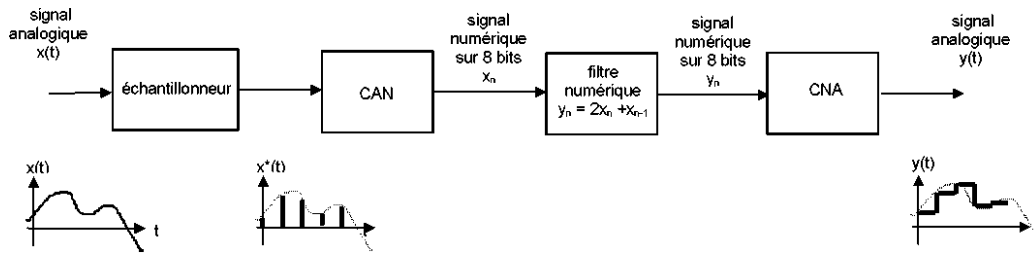


**Exercices du chapitre 5 : chaîne de traitement numérique (partie 2)**

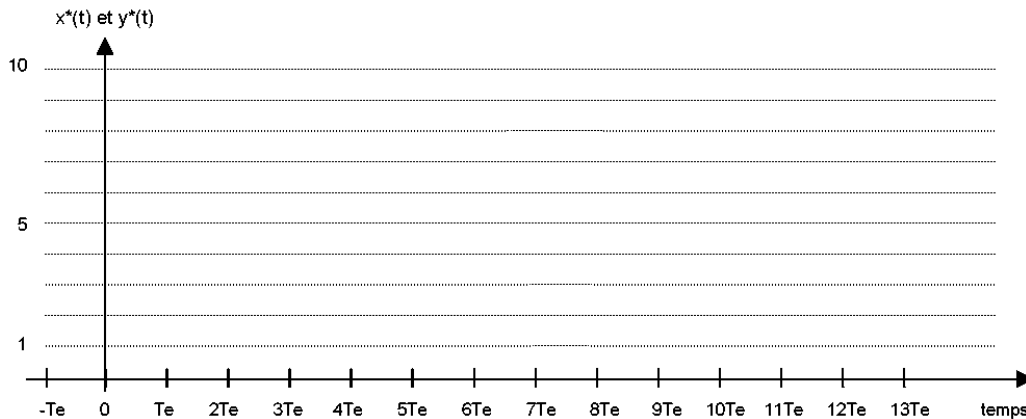
**1°) - exercice de base.**

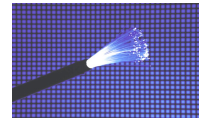
Un système de traitement numérique échantillonne un signal analogique  $x(t)$  à la fréquence  $f_e = 10$  kHz et lui applique l'algorithme de filtrage :  $y_n = 2x_n + x_{n-1}$ . Cette séquence des  $\{y_n\}$  est convertie en signal analogique  $y(t)$ .



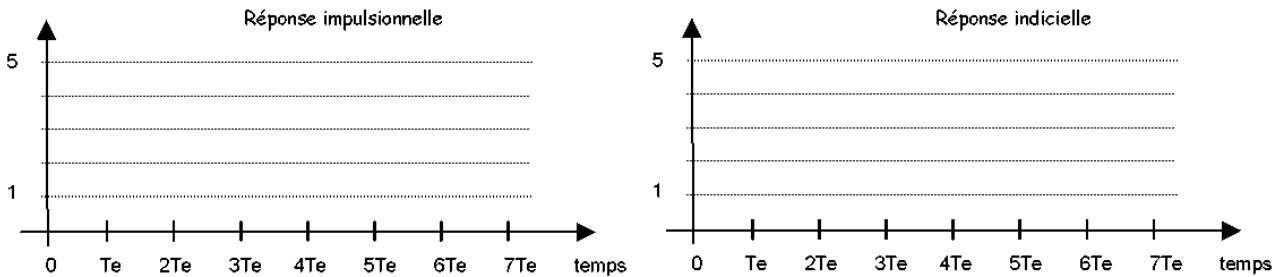
1) Le signal numérique  $x_n$  est composé des échantillons donnés dans le tableau. En déduire les valeurs décimales des échantillons  $x_n$  et tracer l'allure du signal échantillonné  $x^*(t)$ . Exprimer  $X(z)$ .

Instant	Signal numérique d'entrée $x_n$	Valeurs décimales de $x_n$	Valeurs décimales de $y_n$
$t < 0$	$x_i = 0000\ 0000$ si $i < 0$	$x_i = 0$ si $i < 0$	
$t = 0$	$x_0 = 0000\ 0001$	$x_0 =$	
$t = Te$	$x_1 = 0000\ 0011$	$x_1 =$	
$t = 2Te$	$x_2 = 0000\ 0010$	$x_2 =$	
$t = 3Te$	$x_3 = 0000\ 0010$	$x_3 =$	
$t = 4Te$	$x_4 = 0000\ 0001$	$x_4 =$	
$t = 5Te$	$x_5 = 0000\ 0011$	$x_5 =$	
$t = 6Te$	$x_6 = 0000\ 0001$	$x_6 =$	
$t = 7Te$	$x_7 = 0000\ 0001$	$x_7 =$	
$t = 8Te$	$x_8 = 0000\ 0010$	$x_8 =$	
$t = 9Te$	$x_9 = 0000\ 0000$	$x_9 =$	
$t \geq 10Te$	$x_j = 0000\ 0000$ si $j \geq 10$	$x_j =$ si $j \geq 10$	





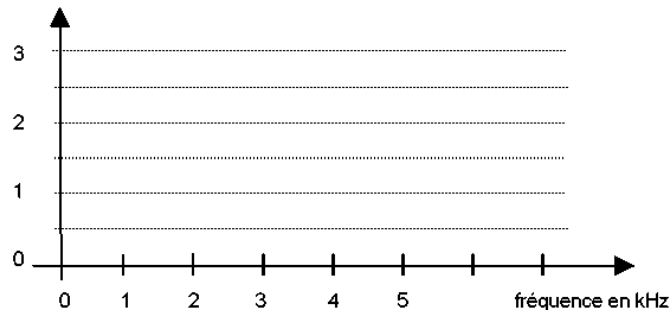
- 2) Calculer les échantillons  $y_n$  en appliquant l'algorithme de filtrage aux échantillons  $x_n$  et tracer l'allure du signal  $y^*(t)$ .
- 3) Tracer les réponses impulsionnelle et indicielle de ce filtre numérique. A partir de la réponse indicielle, déterminer l'amplification en continu  $T_0$  de ce filtre.



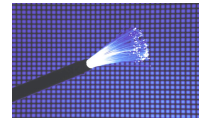
- 4) Exprimer la transformée en z de la réponse impulsionnelle et en déduire la transmittance  $T(z)$  de ce filtre numérique.
- 5) Exprimer la transmittance complexe  $T(j\omega)$  de ce filtre et en déduire l'expression du module et de l'argument de cette transmittance.
- 6) Remplir le tableau ci-dessous et tracer la courbe du module de la transmittance.

f en kHz	0	1	2	3	4	5
$ T $						

module de la  
transmittance



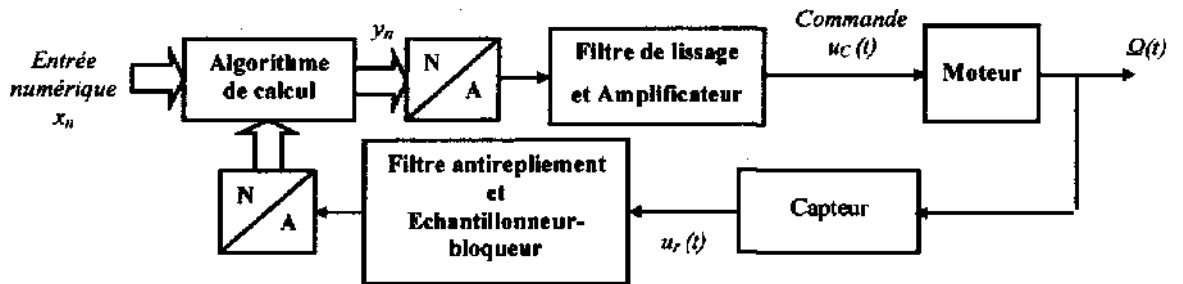
En déduire le type du filtre ( passe-haut, passe-bas ou passe-bande), estimer graphiquement sa fréquence de coupure  $f_c$  et retrouver la valeur de son amplification en continu  $T_0$ .



2°) - **BTS IRIS 2007.**

Le schéma fonctionnel ci-dessous représente un système asservi de commande de la vitesse  $\Omega(t)$  d'un moteur comportant un correcteur numérique.

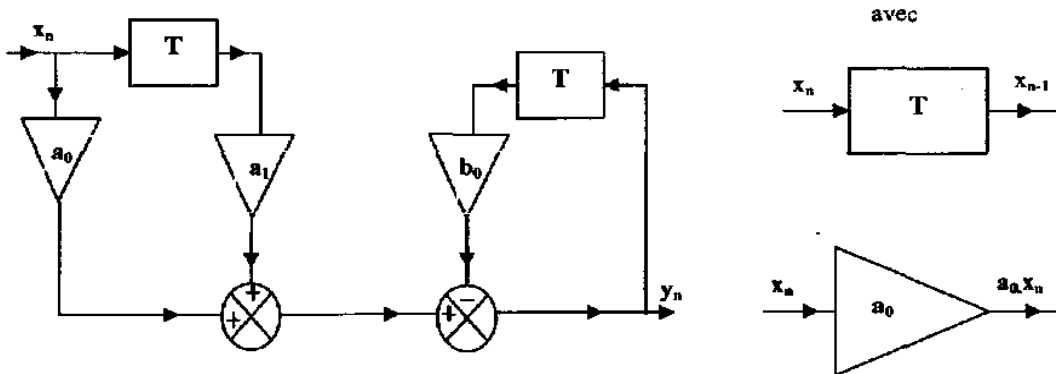
Ce moteur, commandé par la tension  $U_c(t)$  est modélisé par un système du premier ordre de transmittance statique  $H_0$  et de constante de temps  $\tau$  :  $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U_c(p)} = \frac{H_0}{1 + \tau \cdot p}$ .



**III.2. Exploitation de la loi de commande (ou relation de récurrence).**

Sur le schéma-bloc ci-dessous qui représente la loi de commande, on désigne par :

- {x<sub>n</sub>} la séquence de nombres appliquée à l'entrée du calculateur
- {y<sub>n</sub>} la séquence de nombres obtenue en sortie de {x<sub>n</sub>} et {y<sub>n</sub>}
- X(z) et Y(z) les transformées en Z respectives.



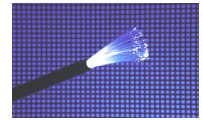
III.2.1. Exploitation du schéma-bloc.

III.2.1.1. Établir l'expression de la loi de commande donnant les nombres y<sub>n</sub> en fonction des nombres x<sub>n</sub> à l'aide de la structure ci-dessus.

III.2.1.2. L'algorithme est-il récursif ou non récursif ? Justifier la réponse.

III.2.2. Exploitation de la réponse impulsionnelle de l'algorithme.

La figure 7 de l'annexe 2 représente la réponse à une impulsion de ce calculateur.



III.2.2.1. L'algorithme de la réponse impulsionnelle conduit-il à une réponse impulsionnelle infinie (R.I.I) ou à une réponse impulsionnelle finie (R.I.F) ? Justifier la réponse.

III.2.2.2. Donner les valeurs  $y_0$ ,  $y_1$  puis  $y_2$  prises par le nombre  $y_n$  en sortie du calculateur pour les rangs :  $n = 0$ ,  $n = 1$  puis  $n = 2$ .

### III.3. Etude de la réponse du moteur en régime permanent.

L'algorithme de calcul permet de régler la tension de commande  $U_c(t)$  du moteur.

En régime permanent on a :  $u_c(t) = U_c$

Le CNA et l'amplificateur de la chaîne directe permettent d'obtenir la relation :  $U_c = D \cdot y(\infty)$  avec  $D = 0,5$  volt

La loi de commande utilisée est :  $y_n = 2,5 x_n + 3 x_{n-1} - 0,8 y_{n-1}$

III.3.1. Montrer que  $H(z)$  la transmittance en  $z$  de l'algorithme peut se mettre sous

la forme : 
$$H(z) = \frac{3+2,5 \cdot Z}{0,8+Z}$$

III.3.2. La séquence d'entrée  $\{x_n\}$  est une séquence échelon de hauteur 100.

III.3.2.1. Déterminer l'expression de  $X(z)$  et celle de  $Y(z)$ .

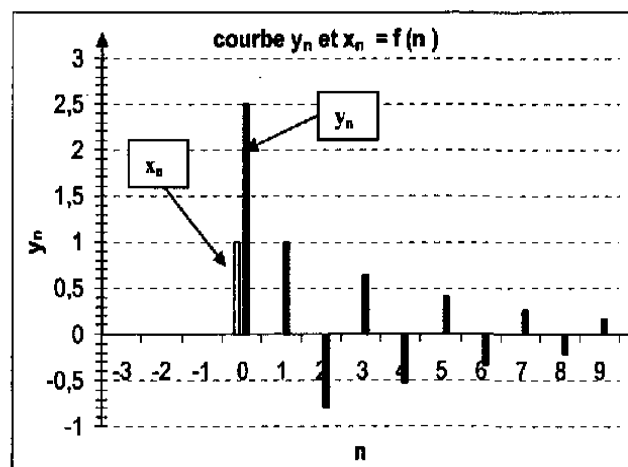
III.3.2.2. Déterminer la valeur finale  $y(\infty)$  prise par la sortie  $y_n$  lorsque  $n \rightarrow \infty$  en réponse à cette séquence échelon  $\{x_n\}$

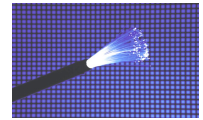
III.3.2.3. On se propose de déterminer la valeur  $\Omega_3$  de la vitesse de rotation  $\Omega(t)$  en régime permanent correspondant à la valeur finale  $y(\infty)$  prise par la sortie de l'algorithme.

On rappelle que le moteur se comporte comme un système du premier ordre de transmittance statique  $H_0 = 0,54 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  et de constante de temps  $\tau = 50 \text{ ms}$ .

Quelle est, dans ce cas la valeur de  $U_c$  ?

En déduire la valeur de la vitesse de rotation  $\Omega_3$  du moteur en régime permanent.





3°) - **BTS IRIS 2009.**

**Partie E. Etude du système, dans sa version numérique (5,5 points)**

Dans les véhicules récents, c'est un ordinateur numérique qui gère l'ensemble des informations provenant des divers capteurs, qui donne les ordres aux actionneurs et assure leur asservissement. Un synoptique de l'asservissement numérique de position du volet d'admission d'air est donné Figure 6.

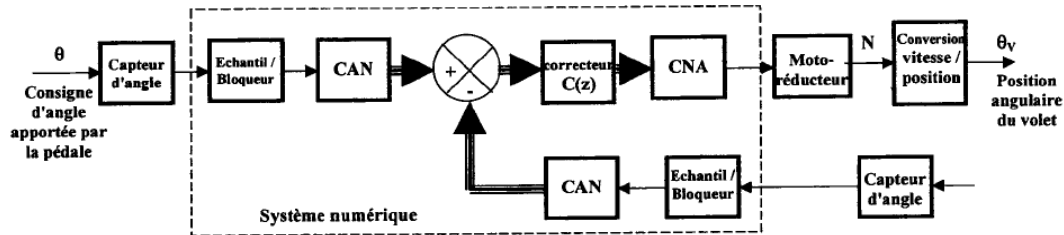


Figure 6

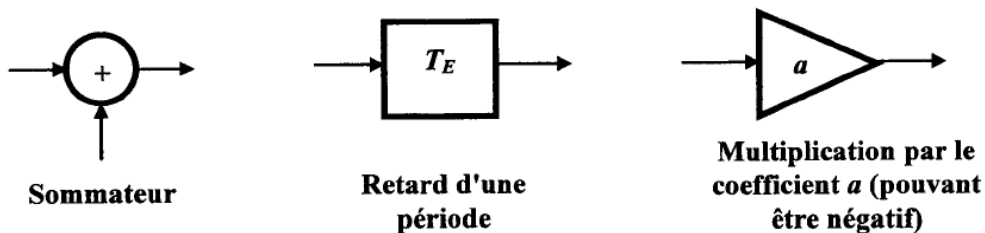
Des convertisseurs analogiques-numériques **8 bits** (CAN) numérisent les tensions issues des capteurs. Les CAN sont précédés d'un échantillonneur - bloqueur. La période d'échantillonnage est  $T_E = 10$  ms. Le correcteur est un correcteur numérique.

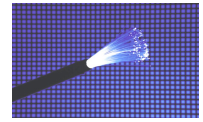
- E.1. Justifier la nécessité du bloqueur dans un tel système.
- E.2. Quelle est la fréquence d'échantillonnage ?
- E.3. Dans le cas où on n'insère pas de filtre entre le capteur et l'échantillonneur, quel problème peut survenir ?
- E.4. Quel domaine de fréquence (on précisera les limites de l'intervalle) faut-il couper avant l'échantillonnage pour respecter la condition de Shannon ?

**Etude du correcteur numérique**

La séquence d'échantillons  $\{e_n\}$  est appliquée à l'entrée du correcteur numérique. Sa sortie délivre la séquence  $\{s_n\}$ . Sa transmittance est  $C(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{1,2 - 1,1z^{-1}}{1 - 0,5z^{-1}}$ . On note  $E(z)$  et  $S(z)$  les transformées en  $z$  des séquences  $\{e_n\}$  et  $\{s_n\}$ .

- E.5. Montrer que l'équation de récurrence du correcteur est  $s_n = 1,2.e_n - 1,1.e_{n-1} + 0,5.s_{n-1}$ .
- E.6. S'agit-il d'un correcteur récursif ou non récursif ? Justifier.
- E.7. Représenter la structure de l'algorithme du correcteur en utilisant autant de fois que nécessaire les symboles suivants :





**E.8.** Calculer les premiers termes de la réponse impulsionnelle unitaire du correcteur en remplissant le tableau du Document réponse 4. (on donne :  $s_{-1} = 0$ )

**E.9.** Exprimer la transformée en  $z$  (notée  $S_i(z)$ ) de la réponse impulsionnelle unitaire du correcteur

**E.10.** Justifier la stabilité du correcteur en appliquant le théorème de la valeur finale.

**Document réponse 4 :** Réponse <sup>impulsionnelle</sup> ~~indicielle~~ du correcteur numérique

$n$	0	1	2	3
$e_n$				
$s_n$				

4°) - **BTS SE 2007.**

Le réservoir en mouvement autour d'une position moyenne que l'on considère comme horizontale engendre sur le capteur des variations de niveau qu'il faut éliminer par traitement numérique.

Ce traitement se fait en deux étapes :

- moyennage avec sous-échantillonnage par 100, c'est à dire que l'on conserve une valeur moyennée pour 100 valeurs acquises ; cette partie du traitement permet d'éliminer les variations rapides du signal ;

- moyennage sur 16 échantillons résultats de la première étape ; cette partie assure l'élimination des variations plus lentes du signal dues au mouvement du réservoir.

Nous n'étudierons que la seconde partie du traitement numérique.

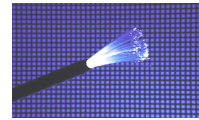
### 2.1. Etude temporelle du filtre numérique.

Pour mettre en évidence l'effet de moyennage, nous étudierons un algorithme simplifié de moyenne sur 4 échantillons :

$$y_n = (x_n + x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3})/4$$

où  $x_{n-m}$  représente l'échantillon d'entrée retardé de  $m$  périodes d'échantillonnage et  $y_n$  l'échantillon de sortie à l'instant  $n.T_e$ .

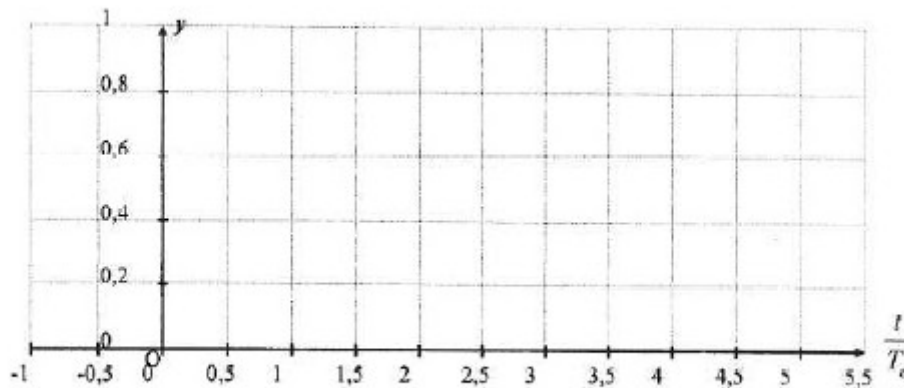
2.1.1. Représenter une structure de réalisation de cet algorithme avec les opérateurs élémentaires : addition ou soustraction, multiplication par une constante et mémorisation (retard de  $T_e$ ).



2.1.2. De quel type de filtre numérique s'agit-il et quelle est sa propriété fondamentale relative à la stabilité ?

2.1.3. Pour déterminer la réponse à un échelon d'entrée [ $x_n = 1$  si  $n \geq 0$ , sinon  $x_n = 0$ ], calculer  $y_n$  pour  $-1 \leq n \leq 5$  et tracer sur le graphe réponse 2.1, la courbe  $y_n$  en fonction de  $n.T_e$ .

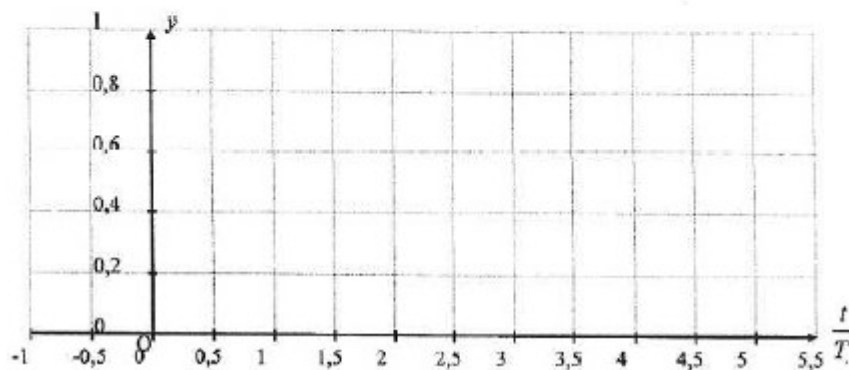
Figure 2-1 : Graphe réponse à la question 2.1.3

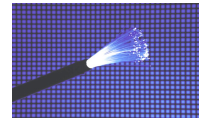


2.1.4. Déduire de l'allure de la courbe, en justifiant votre réponse, la nature du filtrage réalisé.

2.1.5. Une variation non significative du niveau de liquide dans le réservoir peut être assimilée à une entrée impulsionnelle :  $x_n = 1$  pour  $n = 0$ , sinon  $x_n = 0$ . Calculer  $y_n$  pour  $-1 \leq n \leq 5$  et tracer sur le graphe réponse 2.2, la courbe  $y_n$  en fonction de  $n.T_e$ .

Figure 2-2 : Graphe réponse à la question 2.1.5





2.1.6. Justifier l'intérêt de ce type d'algorithme par rapport à l'objectif désiré.

## 2.2. Etude fréquentielle du filtre numérique.

2.2.1. Etablir la fonction de transfert en z de ce filtre :  $T(z) = Y(z)/X(z)$

2.2.2. En effectuant le changement de variable  $z = e^{j\omega T_e}$  avec  $\omega$  pulsation du signal d'entrée et  $T_e$  période d'échantillonnage, établir la fonction de transfert complexe  $\underline{T}(j\omega)$ .

2.2.3.  $\underline{T}(j\omega)$  peut s'écrire  $\underline{T}(j\omega) = 0,5 (\cos(1,5\omega T_e) + \cos(0,5\omega T_e))e^{-j1,5\omega T_e}$ . En déduire le module de la fonction de transfert  $T(\omega)$ .

2.2.4. On appelle  $\varphi(\omega) = \text{Arg } \underline{T}(j\omega)$ , le déphasage introduit par ce filtre : montrer que ce déphasage s'exprime par  $\varphi(\omega) = -1,5\omega T_e$ .

2.2.5. En déduire l'expression du retard  $\tau$  introduit par ce filtre dans la transmission des informations.

2.2.6. Préciser le domaine de fréquences utile en relation avec l'échantillonnage et déterminer la valeur du rapport  $f/F_e$  correspondant à la fréquence de coupure à -3dB sur la figure 2.1.

figure 2.1

