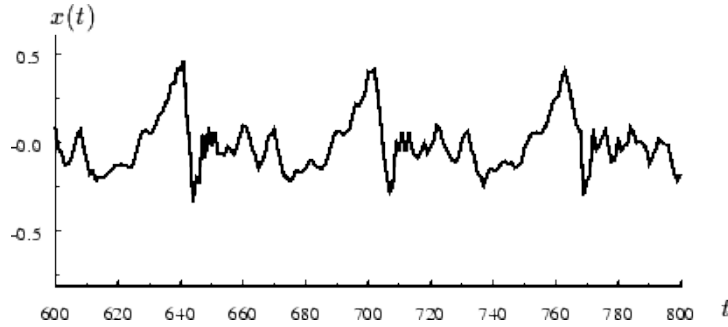


**Figures du chapitre 3 : signaux périodiques : analyse spectrale .**

**1) Caractéristiques des signaux périodiques.**



période :

fréquence :

pulsation :

● exemples de fréquences : fréquence du réseau électrique, fréquences des notes de musique :

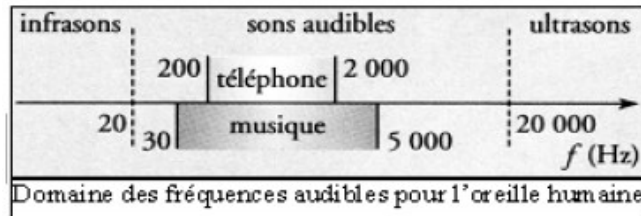
Note \ octave	0	1	2	3	4	5	6	7
Do	32,70Hz	65,41Hz	130,81Hz	261,63Hz	523,25Hz	1046,50Hz	2093,00Hz	4186,01Hz
Do#	34,65Hz	69,30Hz	138,59Hz	277,18Hz	554,37Hz	1108,73Hz	2217,46Hz	4434,92Hz
Ré	36,71Hz	73,42Hz	146,83Hz	293,66Hz	587,33Hz	1174,66Hz	2349,32Hz	4698,64Hz
Ré#	38,89Hz	77,78Hz	155,56Hz	311,13Hz	622,25Hz	1244,51Hz	2489,02Hz	4978,03Hz
Mi	41,20Hz	82,41Hz	164,81Hz	329,63Hz	659,26Hz	1318,51Hz	2637,02Hz	5274,04Hz
Fa	43,65Hz	87,31Hz	174,61Hz	349,23Hz	698,46Hz	1396,91Hz	2793,83Hz	5587,65Hz
Fa#	46,25Hz	92,50Hz	185,00Hz	369,99Hz	739,99Hz	1479,98Hz	2959,96Hz	5919,91Hz
Sol	49,00Hz	98,00Hz	196,00Hz	392,00Hz	783,99Hz	1567,98Hz	3135,96Hz	6271,93Hz
Sol#	51,91Hz	103,83Hz	207,65Hz	415,30Hz	830,61Hz	1661,22Hz	3322,44Hz	6644,88Hz
La	55,00Hz	110,00Hz	220,00Hz	440,00Hz	880,00Hz	1760,00Hz	3520,00Hz	7040,00Hz
La#	58,27Hz	116,54Hz	233,08Hz	466,16Hz	932,33Hz	1864,66Hz	3729,31Hz	7458,62Hz
Si	61,74Hz	123,47Hz	246,94Hz	493,88Hz	987,77Hz	1975,53Hz	3951,07Hz	7902,13Hz

Référence : La<sub>3</sub>  
avec f = 440 Hz

$f_n = f_0 \times (2^{\frac{n}{12}})$   
(n est le nombre de tons  
au dessus de f<sub>0</sub>)

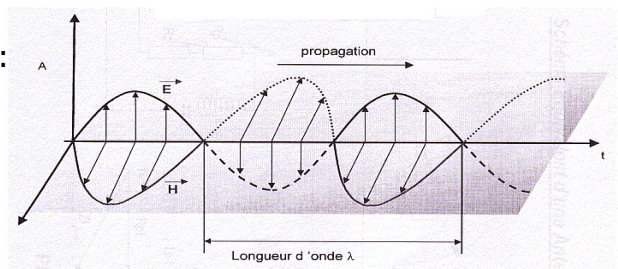
f<sub>0</sub>

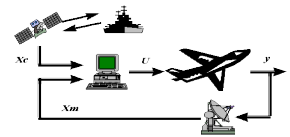
→ fréquences sonores :



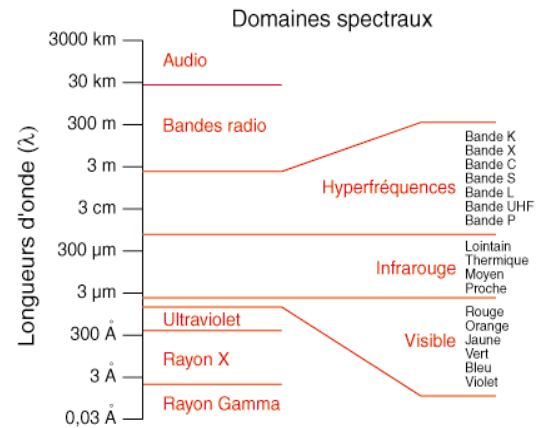
→ fréquences des ondes électromagnétiques :

Relation fondamentale :





→ Spectre des ondes électromagnétiques :

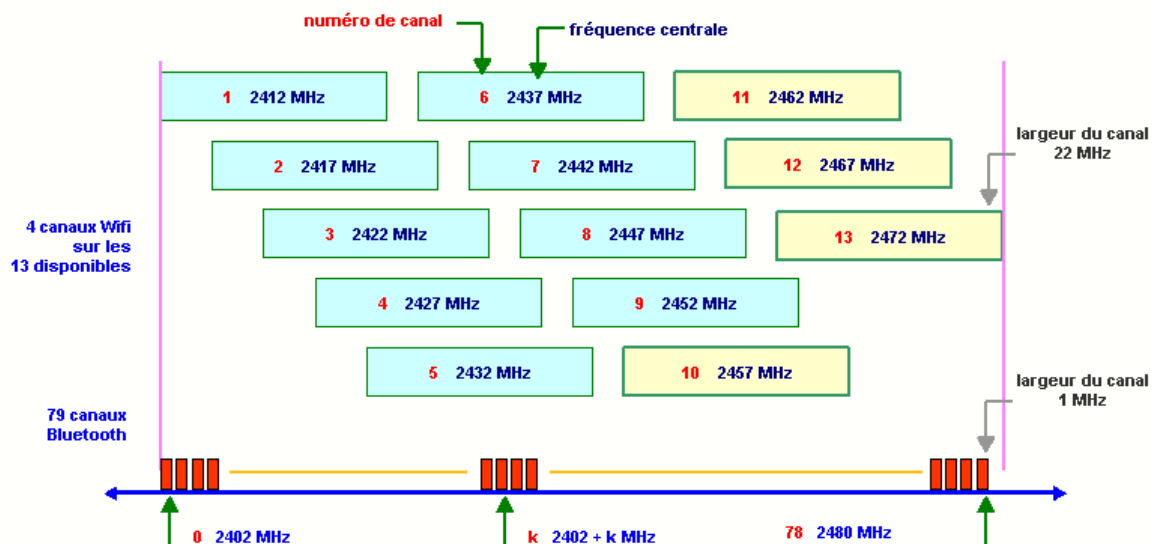


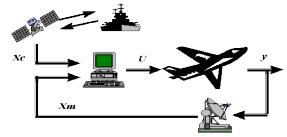
→ Utilisation des ondes électromagnétiques pour le transport de l'information :

$30 \text{ kHz} < f < 300 \text{ MHz}$	radio
$87,5 \text{ MHz} < f < 108 \text{ MHz}$	radio FM
$470 \text{ MHz} < f < 860 \text{ MHz}$	télévision terrestre
$900 \text{ MHz} < f < 1,8 \text{ GHz}$	téléphone portable
$2,4 \text{ GHz} < f < 2,4835 \text{ GHz}$	WiFi et Bluetooth
$f > 10 \text{ GHz}$	satellite

En France, une partie de la bande ISM est utilisée par l'Armée :

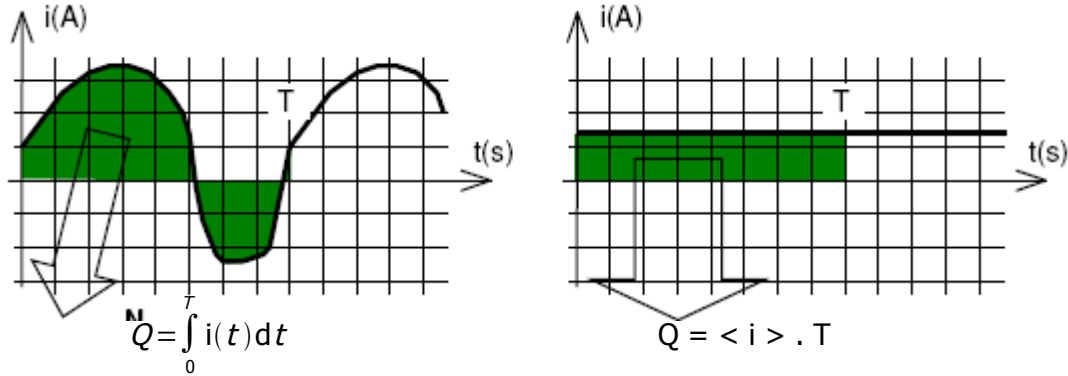
- pour **Wifi** : seuls les canaux 10 à 13 sont disponibles, pas d'autorisation nécessaire à l'intérieur des bâtiments si la puissance d'émission reste inférieure à 100 mW
- pour **Bluetooth** : 79 canaux de 1 MHz allant 2400 à 2483,5 MHz, utilisation libre à l'intérieur des bâtiments pour des puissances inférieures à 10 mW, et à l'extérieur si la puissance d'émission reste en-dessous de 4mW





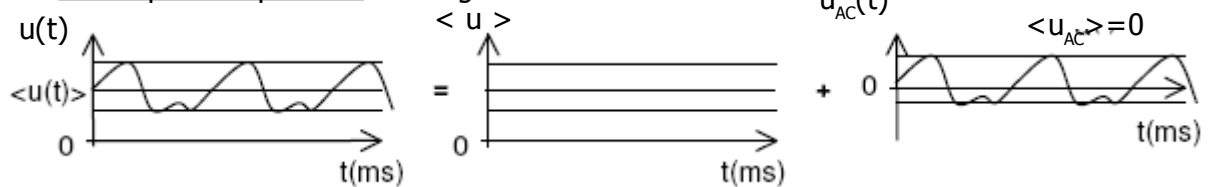
- Valeur moyenne et valeur efficace d'un signal :

→ valeur moyenne d'un courant électrique  $i(t)$  :  $\langle i \rangle$  :



On mesure la valeur moyenne d'un signal :

→ Décomposition primaire d'un signal :



$$u(t) = \langle u \rangle + u_{AC}(t) \text{ avec } u_{AC}(t) \text{ la composante alternative de } u(t).$$

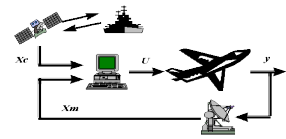
→ valeur efficace d'un courant électrique  $i(t)$  :  $I$  :

Calcul de  $I$  : RMS :

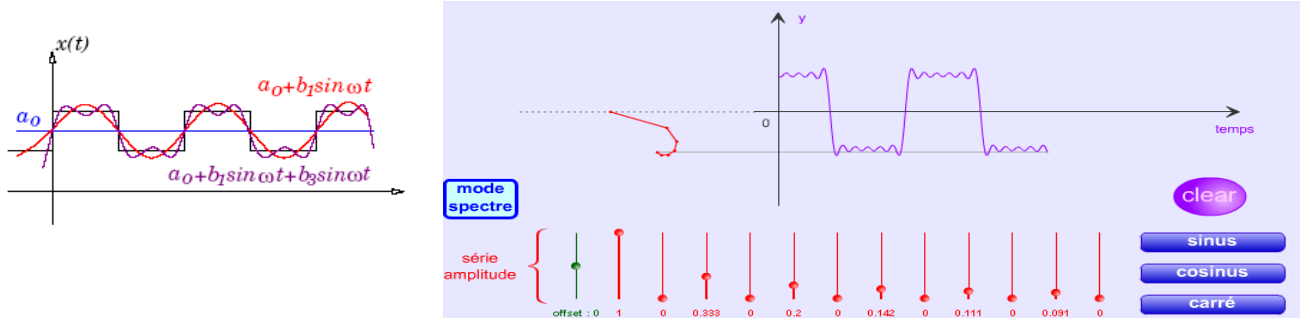
Multimètre TRMS et RMS :

Relation entre ces deux mesures et  $\langle i \rangle$  :

→ Modes de couplage DC et AC d'un oscilloscope :



## 2) décomposition en série de Fourier d'un signal périodique :



→ Un signal périodique de fréquence  $f_0$  peut être décomposé (ou reconstruit) à l'aide de signaux sinusoïdaux de fréquence ...

→ Première décomposition du signal  $s(t)$  :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin(n \cdot \omega_0 \cdot t)$$

où :  $a_0$  : valeur moyenne,  $a_n = \frac{2}{T} \times \int_0^T s(t) \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t) \cdot dt$  et  $b_n = \frac{2}{T} \times \int_0^T s(t) \cdot \sin(n \cdot \omega_0 \cdot t) \cdot dt$

→ Deuxième décomposition en sinusoïdes de  $s(t)$  :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_n)$$

$$\text{avec : } c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ et } \varphi_n = \text{atan} \left( \frac{a_n}{b_n} \right)$$

Le terme  $a_0$  est :

Le signal  $s_1(t) = c_1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_1)$  est le \_\_\_\_\_ de  $s(t)$  (la sinusoïde à la fréquence  $f_0$ )

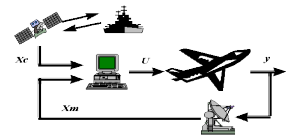
Le signal  $s_n(t) = c_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_n)$  est \_\_\_\_\_ de  $s(t)$  (à la fréquence  $n \cdot f_0$ )

→ Règles de calculs des coefficients  $a_n$ ,  $b_n$  ou  $c_n$  :

→ Relation entre les coefficients de la série de Fourier et la valeur efficace :

$$S^2 = a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{c_n^2}{2} \right) = a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n^2$$

où  $S_n$  est la valeur efficace de l'harmonique de rang  $n$  avec  $S_n = \frac{c_n}{\sqrt{2}}$



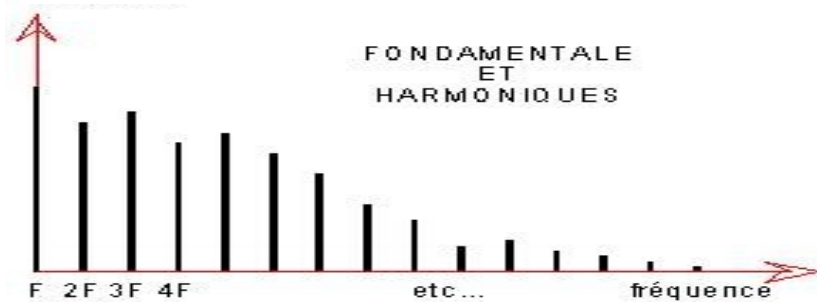
### 3) spectre en amplitude d'un signal périodique :

Spectre de  $s(t)$  = représentation graphique de la décomposition en série de Fourier de  $s(t)$ .

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_n)$$



→ Spectre d'amplitude :



exemple :  $s(t) = 0,1 \cdot s_1(t) \cdot s_2(t)$  où  $s_1(t)$  est un signal sinusoïdal d'amplitude 2 V et de fréquence  $f_1 = 1$  kHz et  $s_2(t)$  est un signal sinusoïdal d'amplitude 2 V et de fréquence  $f_2 = 10$  kHz. Tracer les spectres de  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$  et  $s(t)$  sur le même graphique.

→ Mesure de la pureté spectrale d'un signal : taux de distorsion harmonique :

$$\text{THD} = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty} c_n^2}{c_1^2}} \text{ en \%}.$$

Causes de la distorsion : saturation, écrêtage, distorsion d'intermodulation.

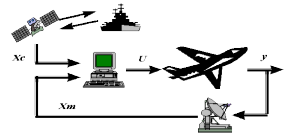
Spectres des signaux non-périodiques : on calcule la transformée de Fourier de  $s(t)$  :

$$\text{TF}(s(t)) = S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-2j \cdot \pi \cdot f \cdot t} dt$$

Le carré du module de  $S(f)$  en fonction de  $f$  donne une bonne idée de la composition spectrale de  $s(t)$  et s'appelle la **densité spectrale de puissance**.

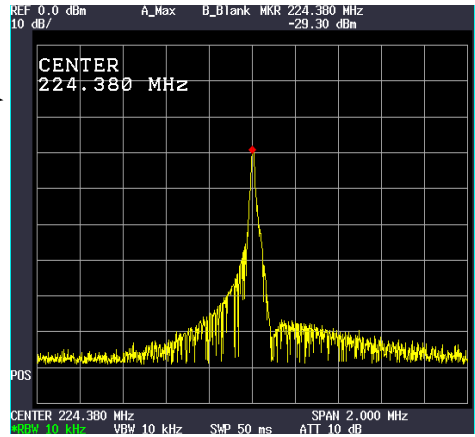
Pour les signaux périodiques :  $c_n = \frac{1}{T_0} \times |S(f = n \cdot f_0)|$

Principale différence entre les spectres d'un signal périodique et non-périodique :

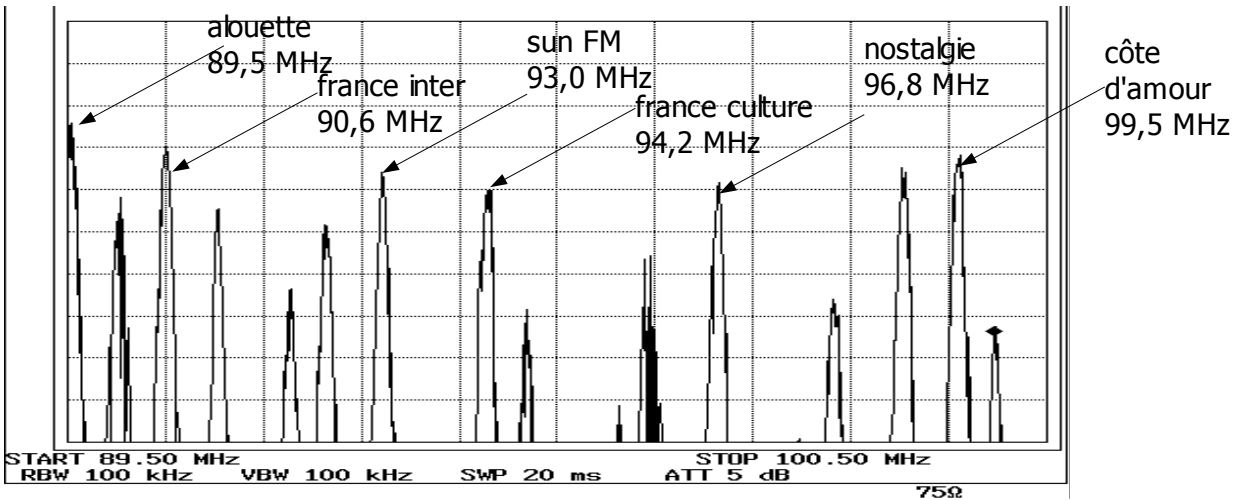


4) **exemples de spectres en amplitude :**

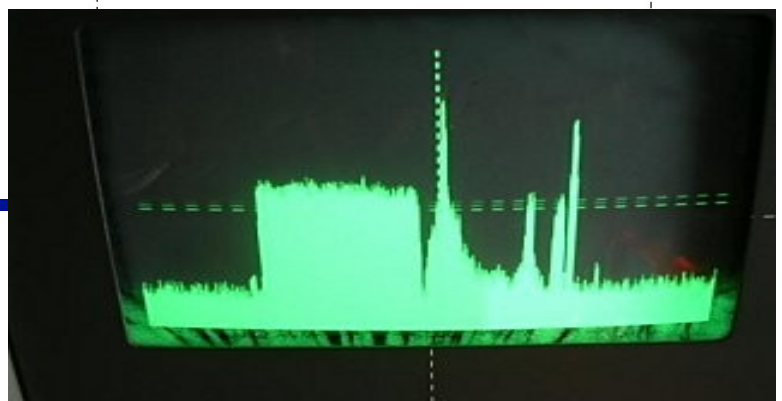
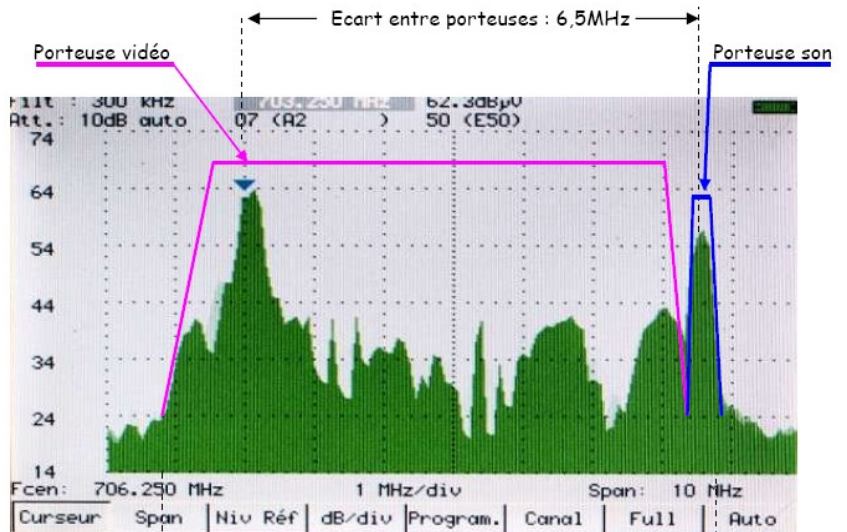
spectre d'un signal issu d'une télécommande :

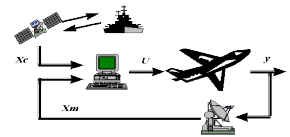


spectre d'un signal de réception FM :



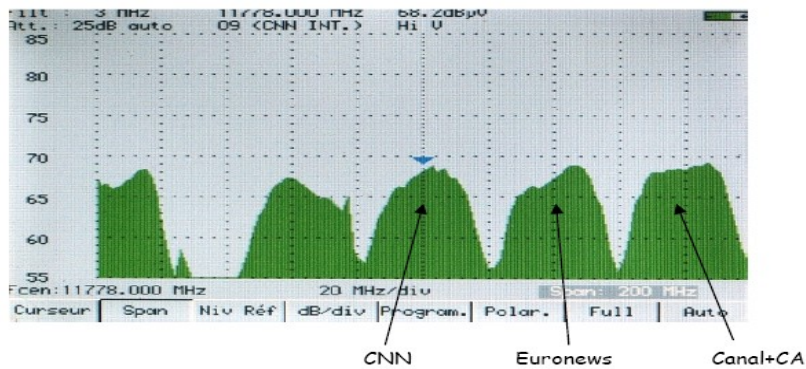
spectre du signal TV analogique :



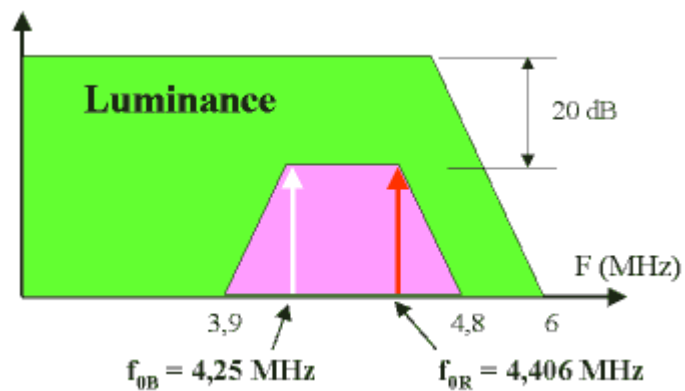


spectre du signal TV numérique (TNT) :

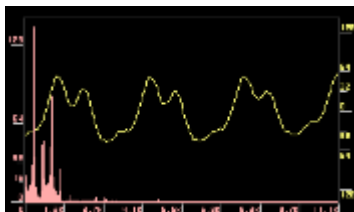
spectre du signal TV reçu par satellite :



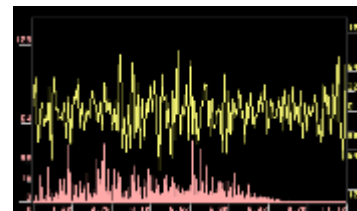
Spectre d'une image (luminance et chrominance) :



spectre de la voix :

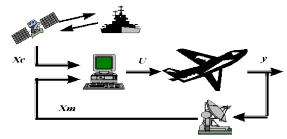


le son A

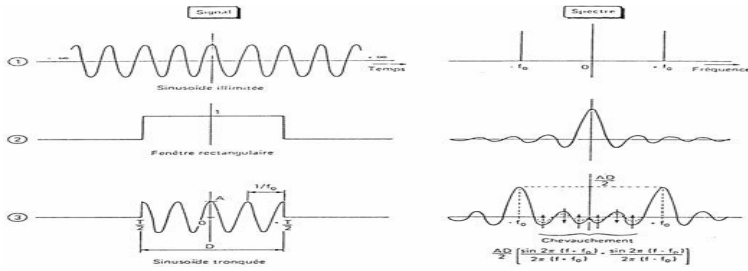


le son F

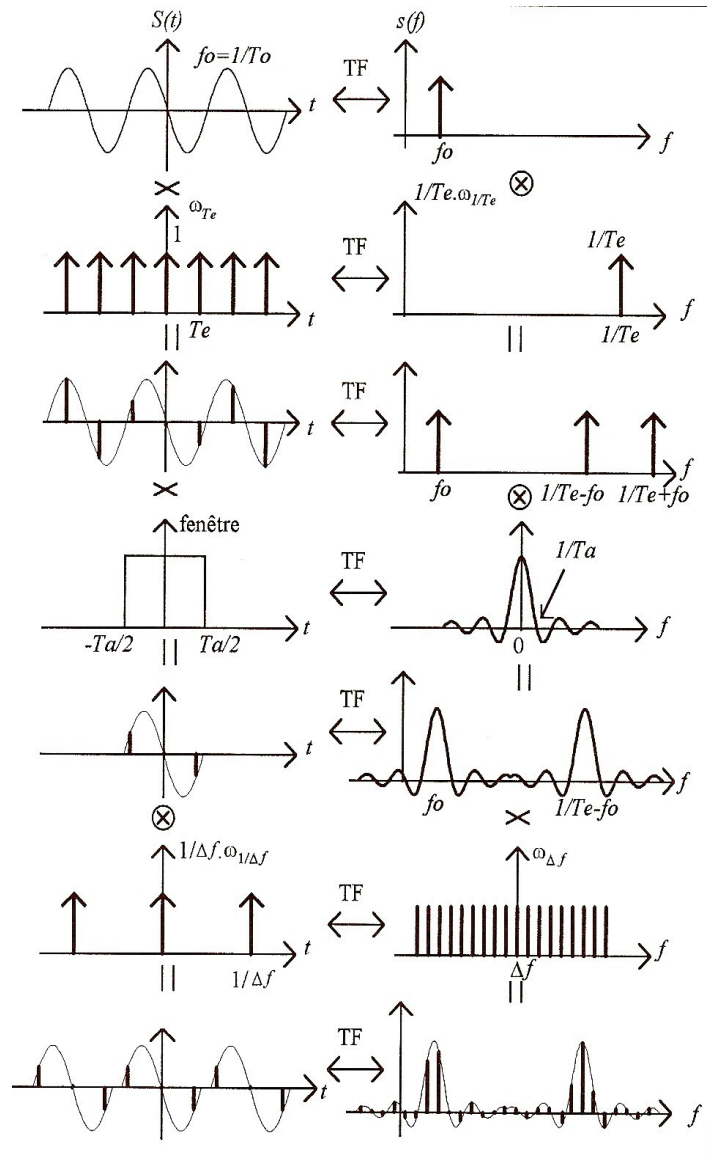
5) **numérisation des signaux et influence sur le spectre :**



Spectre d'une sinusoïde multipliée par une fenêtre temporelle :

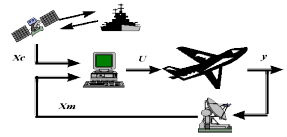


Echantillonnage :

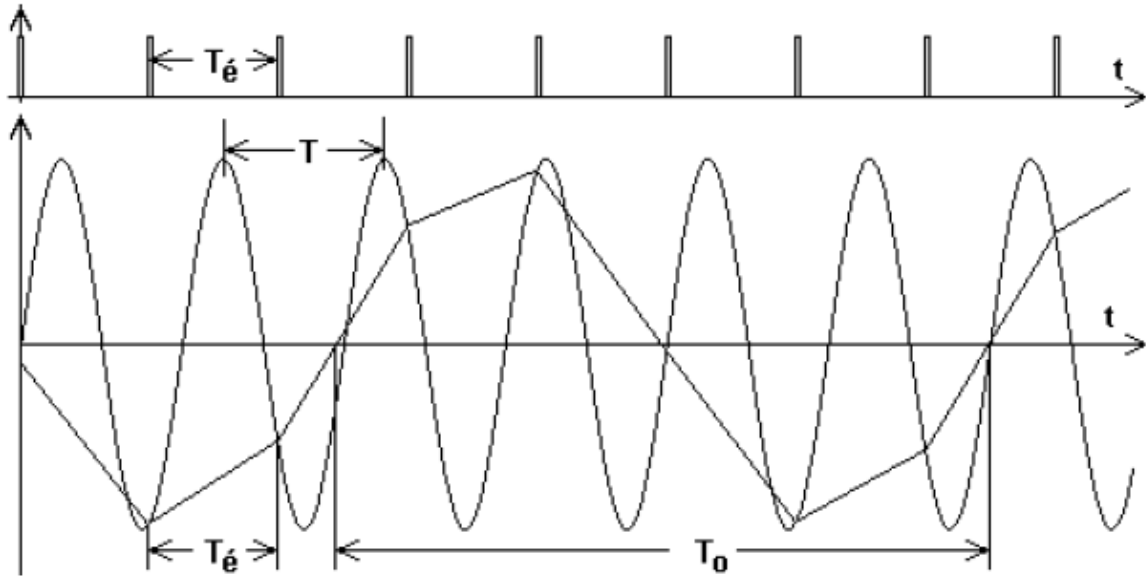


Théorème de Shannon :

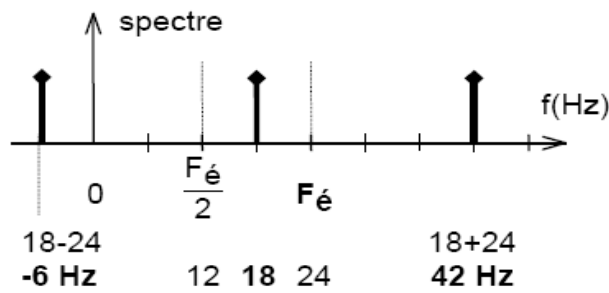




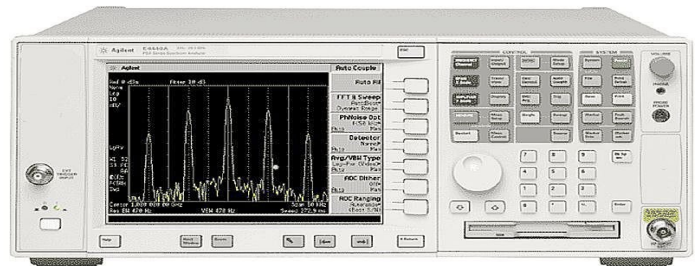
repliement de spectre :



exemple de la stroboscopie :



Analyseur de spectre numérique:



Principe : FFT :

$$\underline{F} \left( k \frac{f_e}{N} \right) = \sum_{n=0}^{n=N-1} f(nT_e) \cdot e^{-j 2\pi \frac{kn}{N}}$$

