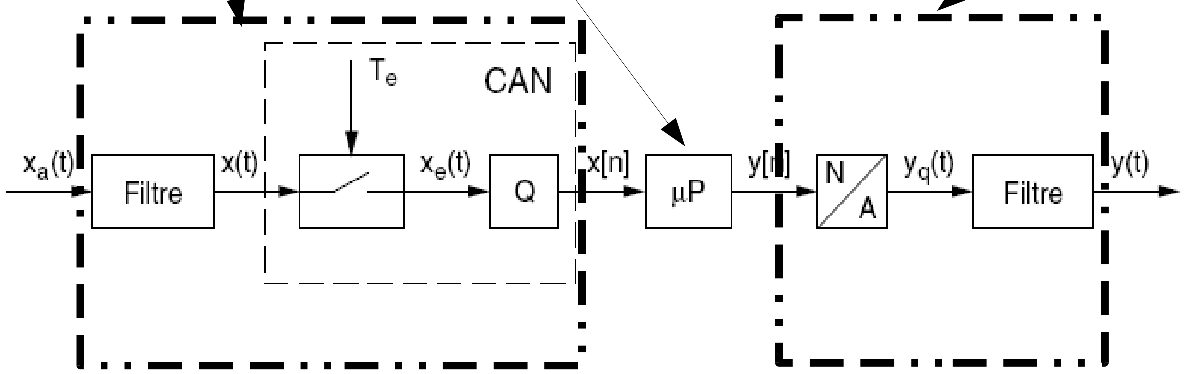
TP n°25 : étude des filtres numériques.

➔ <u>But du TP</u> : le but de ce TP de seconde année est l'étude du filtrage numérique. On fait d'abord un rappel de cours, puis une première étude par la simulation (tableur) d'un filtre numérique correspondant à un filtre analogique du premier ordre. Enfin, on utilise le logiciel Labview associé à la carte d'acquisition pour une dernière étude d'un filtre moyenneur.

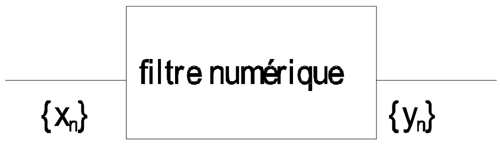
1) Introduction.

Rappel du cours : filtres numériques.

Le filtre numérique se trouve au coeur de la chaîne de traitement numérique : on a transformé la tension d'entrée en un chiffre, on le traite , puis on sort un autre chiffre qui sera transformé en tension ensuite.



On représente souvent le filtre numérique par son équation de récurrence :



yn = an-1. yn-1 + an-2. yn-2 + an-3. yn-3 + … + bn. xn + bn-1. xn-1 + bn-2. xn-2 + …

où yn est le chiffre qui sort du filtre à l'instant t = n.Te, yn-1 à l'instant t = (n-1).Te , … , xn est l'échatillon qui arrive à l'entrée du filtre à l'instant t = n.Te, an et bn sont des coefficients.

Le but du TP est de tracer la réponse indicielle et impulsionnelle de filtres numériques pour retouver des relations établies sur les filtre analogiques et pour étudier leur stabilité.

En effet, on considère qu'un filtre numérique est stable si sa réponse impulsionnelle (réponse à une séquence impulsion : {1, 0, 0, 0, … } tend vers zéro à l'infini.

On classe les filtres numériques en deux parties :

- filtres non-récursifs : on n'a pas besoin des échantillons de sortie précédents (yn-1, yn-2, …) pour former yn.
- filtres récursifs : on a besoin des échantillons de sortie précédents (yn-1, yn-2, …) pour former yn.

2) Filtre numérique qui ressemble à un filtre du premier ordre.

a) Obtention de l'équation de récurrence :

On voudrait obtenir l'équation de récurrence du filtre numérique correspondant au circuit

$$\tau \times \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t)$$

analogique du premier ordre dont l'équation différentielle est :

avec x(t) la tension d'entrée, y(t) la tension de sortie et τ la constante de temps.

Les signaux sont échantillonnés et on note : Yn = y(t = n.T_E) et Xn = x(t = n.T_E) où T_E est la période d'échantillonnage.

On suppose que y(t) ne varie pas trop rapidement entre deux échantillons, ce qui nous permet d'écrire :

$$\frac{dy}{dt} \cong \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{Yn - Yn_{-1}}{T_E}$$

Montrer alors que l'équation de récurrence du filtre peut s'écrire :

$$\boxed{Yn = \frac{\alpha}{1+\alpha} \times Yn_{-1} + \frac{1}{1+\alpha} \times Xn}$$ avec : $\alpha = \tau \times f_E$

On a alors crée un filtre numérique qui donne la même "équation différentielle" que le filtre analogique de départ.

b) Simulation de la réponse de ce filtre à l'aide du tableur d'open-office :

On veut créer un programme (appelé filtrage_numerique1) avec le tableur d'open office qui nous permette de tracer la réponse impulsionnelle et indicielle du filtre numérique précédent en choisissant les valeurs de α.
Les échantillons provenant de x(t) , signal impulsion ou échelon, sont tous égaux à 1.

Le cahier des charges est le suivant :

- on veut, sur la feuille du tableur, pouvoir écrire l'équation de récurrence du filtre numérique en choisissant la valeur des coefficients du filtre pour xn, xn-1, xn-2 , yn-1 et yn-2.
- on veut, sur cette même feuille , tracer la suite des échantillons {Yn} pour la réponse impulsionnelle et indicielle.
- le nombre d'échantillons représentés sera N tel que N = 40.
- on rappelle que pour écrire une formule avec des coefficients constants (dont l'indice ne sera pas modifié lorqu'on copiera la formule), il suffit d'encadrer le numéro de la cellule par des $ comme par exemple : $B$5 au lieu de B5.
- Le programme devra avoir la forme indiquée dans l'annexe.

Effectuer le programme et l'expliquer devant le professeur.

Faire fonctionner le programme sur le filtre précédent avec : $T_E = 0,5 \cdot \tau$

Pour cela, calculer les coefficients (en calculant d'abord la valeur de α) et entrer l'équation de récurrence du filtre.

Imprimer les réponses et trouver le numéro de l'échantillon pour lequel on atteint le temps de réponse à 5%. En déduire ce qu'on pourrait appeler le temps de réponse à 5% du filtre numérique.

Comparer avec la valeur attendue pour un filtre analogique du premier ordre.

Même question si $T_E = 0,25 \cdot \tau$

c) utilisation de ce programme pour vérifier la stabilité des filtres numériques :

Vérifier (en prenant un ou deux exemples avec des coefficients importants) que les filtres numériques non-récursifs sont stables.

On veut vérifier que les filtres numériques récursifs peuvent être stables ou non. Pour cela, on considère l'équation de récurrence : $Y_n = 0.7 \cdot Y_{n-1} + 1 \cdot X_n + 2 \cdot X_{n-1}$

Vérifier à l'aide du programme que ce filtre est bien stable.

Vérifier les premières valeurs en remplissant « à la main » le tableau suivant :

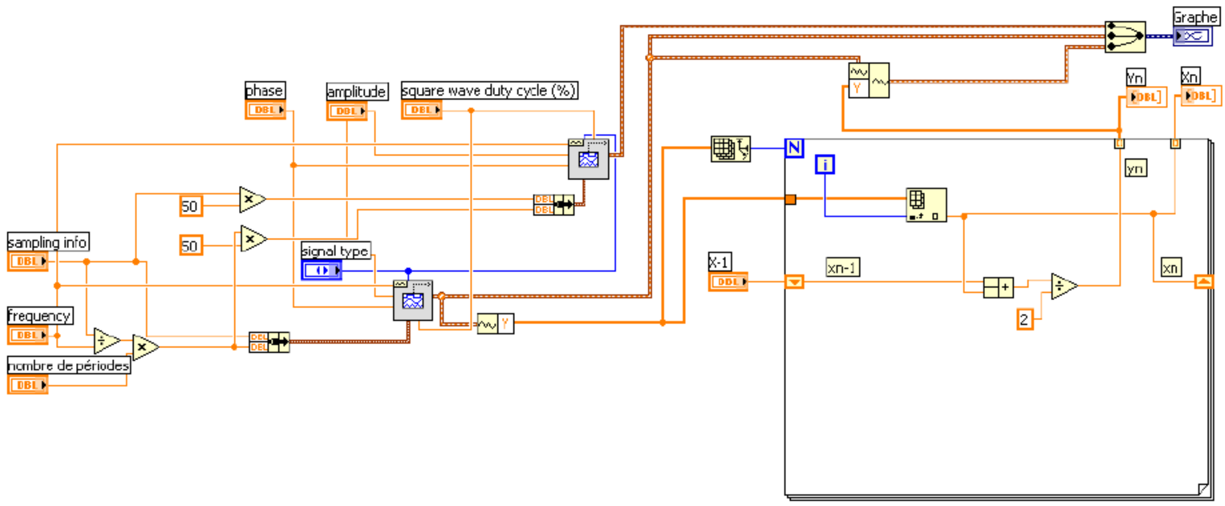
n	0	1	2	3	4	5
Xn	1	1	1	1	1	1
Yn						

Remplacer alors le coefficient 0,7 par 1,1 et décrire ce qui se passe en ce qui concerne la réponse impulsionnelle. Conclure

3) Filtre numérique avec Labview.

Ouvrir le fichier : Moyenneur2.vi présent dans le répertoire : « \physique appliquée\filtrage numérique »

Le diagramme du «v.i.»est représentée ci-dessous :



Le V.I. est une traduction graphique de l'algorithme de programmation suivant :

Algorithme	Commentaires
Début	
Lire N	valeur du nombre de périodes
Lire f	valeur de la fréquence du signal d'entrée
Lire Fe	valeur de la fréquence d'échantillonnage
$X_{-1} = 0$	valeur initiale nulle
$n=\frac{N \cdot Fe}{f}$	n = i : nombre d'itérations de la boucle For
Pour n = 0 à N-1	
Lire Xn = x(nTe)	
Lire Xn-1	
Calculer $Y_n=\frac{X_n+X_{n-1}}{2}$	
n= n+1	
Fin pour	
Afficher les valeurs de Xn et de Yn	
Fin	

a- Validation de l'algorithme de programmation.

Imposer N = 2 sur la face avant (on peut garder les valeurs de f et de Fe par défaut) et dans la fenêtre diagramme, actionner l'animation.

Vérifier le bon fonctionnement du « flux de données »

b- Validation de l'algorithme de calcul

Supprimer l'animation et imposer maintenant N = 5.

Valider l'algorithme de calcul en étudiant les valeurs données dans le tableau des Xn et des Yn

Étude d'un moyenneur sur 4 échantillons.

Modifier le V.I. existant pour pouvoir calculer $Y_n=\frac{X_n+X_{n-1}+X_{n-2}+X_{n-3}}{4}$

Il faut :

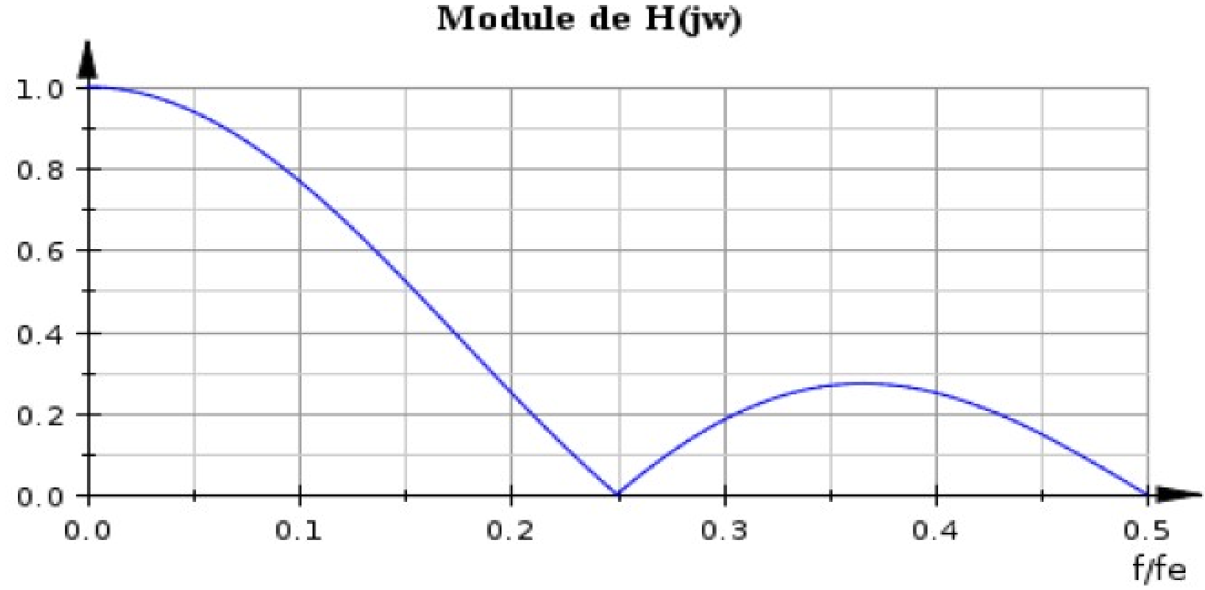
- rajouter des éléments au registre à décalage
- ajouter des entrées à l'additionneur
- modifier la valeur de division

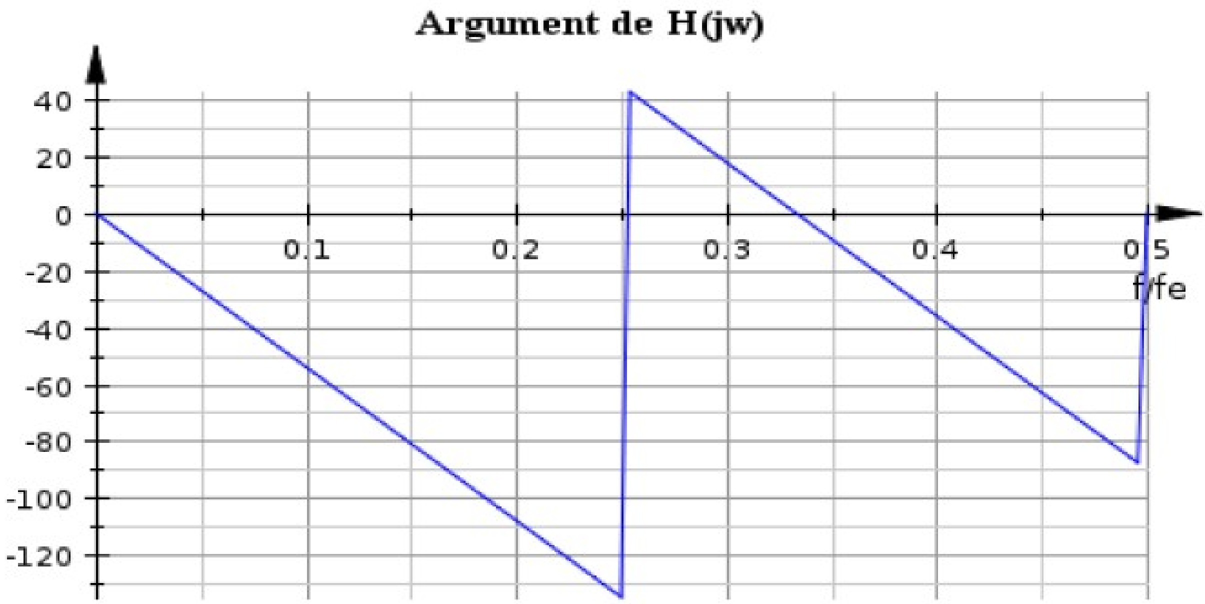
Avec N = 5, Fe = 2000 Hz et f = 100 Hz, valider quelques valeurs présentes dans le tableau.

En gardant N = 5, Fe = 2000 Hz et en faisant varier la fréquence du signal d'entrée, valider quelques caractéristiques du filtre ainsi réalisé comme: le type de filtre, la bande passante module et phase pour des points particuliers, etc...

On précise que le filtre analogique équivalent est décrit par la fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega)=\cos(\omega \cdot Te)\cdot\cos\left(\omega\frac{Te}{2}\right)\cdot e^{-j\frac{3\omega Te}{2}}$$

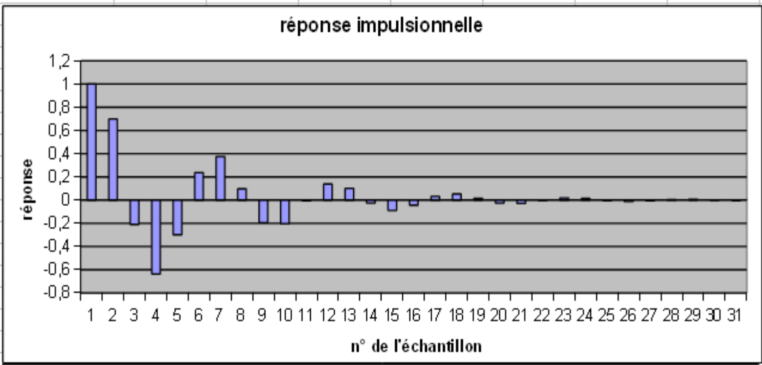

Module de H(jw)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
f/fe

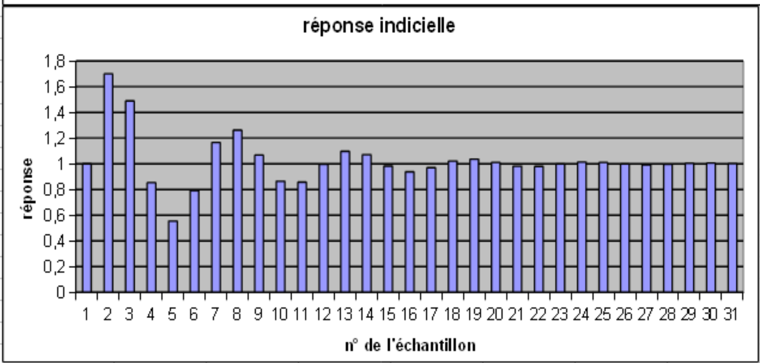

Argument de H(jw)
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
f/fe

Annexe : programme "filtrage_numerique1".

N6 =$B$2*L6+$C$2*L5+$D$2*L4+$E$2*L3+$F$2*N5+$G$2*N4+$H$2*N3

	Xn	Xn-1	Xn-2	Xn-3	Yn-1	Yn-2	Yn-3
Coefficients de :	1	0	0	0	0,7	-0,7	0





n	Xn impulsion	Xn échelon	Yn impulsion	Yn échelon
-3	0	0	0	0
-2	0	0	0	0
-1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0,7	1,7
2	0	1	-0,21	1,49
3	0	1	-0,64	0,85
4	0	1	-0,3	0,55
5	0	1	0,24	0,79
6	0	1	0,37	1,17
7	0	1	0,1	1,26
8	0	1	-0,19	1,07
9	0	1	-0,2	0,86
10	0	1	-0,01	0,86
11	0	1	0,14	1
12	0	1	0,1	1,1
13	0	1	-0,03	1,07
14	0	1	-0,09	0,98
15	0	1	-0,04	0,94
16	0	1	0,03	0,97
17	0	1	0,05	1,02
18	0	1	0,02	1,04
19	0	1	-0,03	1,01
20	0	1	-0,03	0,98
21	0	1	0	0,98
22	0	1	0,02	1
23	0	1	0,01	1,01
24	0	1	0	1,01
25	0	1	-0,01	1
26	0	1	-0,01	0,99
27	0	1	0	1
28	0	1	0,01	1
29	0	1	0	1,01
30	0	1	0	1
31	0	1	0	1
32	0	1	0	1