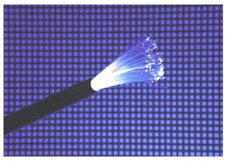
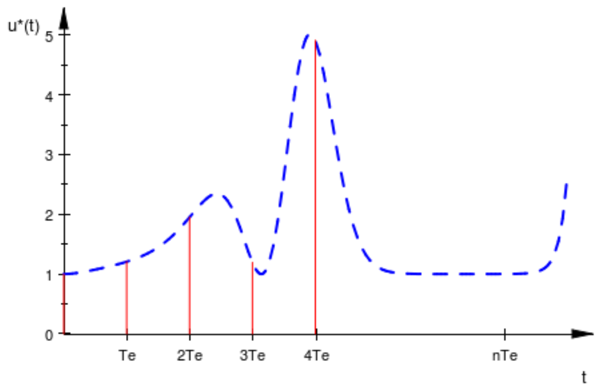
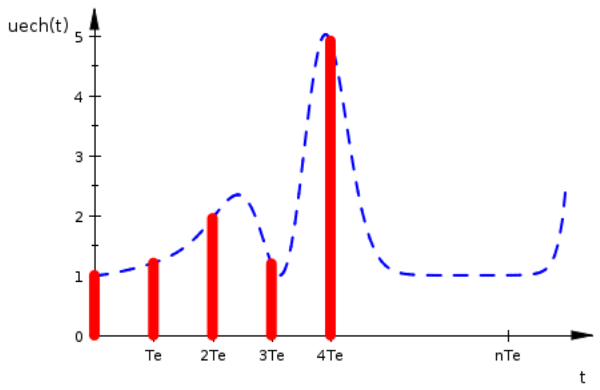
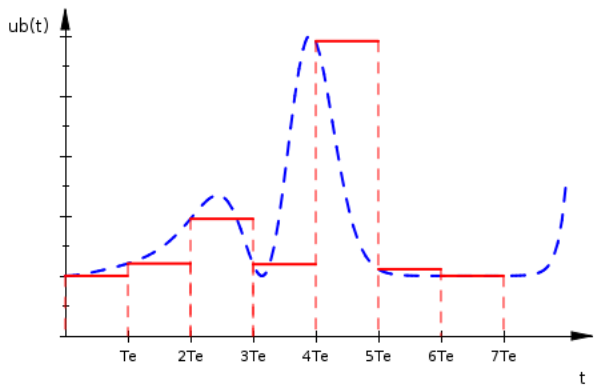


TP n°24 : étude de l'échantillonnage d'un signal (condition de Shannon) et de sa restitution après la chaîne numérique.

➔ <u>But du TP</u> : le but de ce TP de seconde année est l'étude d'une partie de la chaîne de traitement numérique de l'information : la partie acquisition avec l'échantillonnage et le bloqueur, et la partie restitution avec le filtre de lissage.

1) Introduction.

Rappel du cours : échantillonner un signal consiste à prendre des échantillons de ce signal à des instants régulièrement espacés Te, 2Te, 3Te...

L'échantillonnage idéal d'un signal analogique noté u(t) conduit à définir un signal u*(t) défini uniquement aux instants Te, 2Te, 3Te...	
<u>En pratique, la prise d'échantillons ne peut pas être instantanée</u> : elle dure un certain temps τ. Le signal échantillonné, noté u_{ech} (t) a alors l'allure ci-contre Si la durée τ est très petite devant Te la période d'échantillonnage, on pourra assimiler u_{ech} (t) à u*(t).	
L'opération de blocage consiste à garder constante la valeur de l'échantillon acquise à l'instant nTe pendant l'intervalle [nTe , (n+1)Te[On définit alors le signal u_B (t) ci-contre.	

On dispose sous Labview 8.5 de deux « vi » permettant de générer un signal échantillonné puis un signal échantillonné et bloqué à partir d'un signal initial analogique u(t) et d'un signal d'échantillonnage e(t).

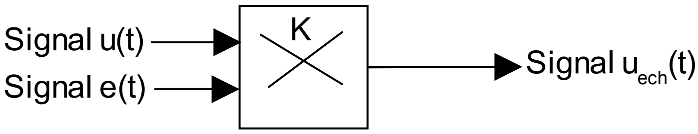
Les signaux seront disponibles sur les deux voies de sortie de la carte d'acquisistion.

Le but du TP est de tracer le spectre d'amplitude en fréquence des deux signaux et de valider la conformité avec l'étude théorique correspondante.

2) Production du signal échantillonné et étude du signal d'échantillonnage.

Pour prendre des échantillons sur un signal, il suffit de multiplier ce signal par une fonction qui est égale à 1 pendant la prise d'échantillons, soit à t = 0, Te, 2Te....nTe et à 0 pendant le reste du temps.

Il est donc logique de modéliser l'opération d'échantillonnage par :



avec $uech(t)=K\cdot u(t)\cdot e(t)$ avec $K=1V^{-1}$

e(t) est le signal d'échantillonnage défini plus haut.

Ouvrir le « vi » « échantillonnage_sorties_carte.vi » présent dans le répertoire de travail de la classe.

On impose un rapport cyclique de valeur τ/Te = 0,2 et de fréquence 1kHz.

<u>Relever à l'oscilloscope :</u>

- le signal e(t) en faisant clairement apparaître ses caractéristiques temporelles
- le spectre en amplitude correspondant sur la bande de fréquences (0, 10kHz) en faisant clairement apparaître les caractéristiques des 4 premières « raies » présentes.

<u>Validation du spectre relevé :</u>

On rappelle que tout signal carré pair, de période Te, de rapport cyclique τ/Te, évoluant entre 0 et E admet comme développement en série de Fourier :

$$e(t)=E\cdot\frac{\tau}{Te}+\sum_{n=1}^{n=\infty} An\cdot\cos(n\cdot\omega_e t) \text{ avec } \omega_e=2\pi\cdot Fe \text{ et } An=\frac{2E}{n\pi}\cdot\sin(n\cdot\pi\frac{\tau}{Te})$$

Compléter le tableau ci-dessous déduit du développement précédent:

n	1	2	3	4
Fréquence de « la raie »				
An				
Valeur efficace théorique de « la raie »				

Noter la correspondance avec le spectre relevé en remplissant le tableau ci dessous:

Fréquence de la « raie »				
Valeur efficace expérimentale de la « raie »				

<u>On diminue la valeur du rapport cyclique.</u>

Pour τ/Te =5%, représenter le signal e(t) et le spectre du signal correspondant. Ce signal se rapproche du signal d'échantillonnage idéal.

Justifier l'amplitude des raies en repartant de la décomposition en séries de Fourier et en exploitant sin x≈x pour x petit devant 1.

3) Étude des caractéristiques temporelles et fréquentielles du signal échantillonné.

Le signal d'échantillonnage e(t) est tel que τ/Te = 5%, sa fréquence reste égale à 1 kHz.

Le signal u(t) est sinusoïdal de fréquence 100 Hz

<u>Relever à l'oscilloscope :</u>

- les signaux u(t) et u_{ech}(t).
- le spectre en amplitude du signal échantillonné sur la bande (0, 5kHz) en faisant clairement apparaître les caractéristiques des premières raies présentes.

<u>Validation</u>

Justifier l'allure du spectre obtenu en exploitant la relation $u_{ech}(t)=K\cdot u(t)\cdot e(t)$ et le développement en série de Fourier de e(t), on rappelle que K=1V^{-1}.

4) Étude des caractéristiques du signal échantillonné et bloqué.

Le signal échantillonné-bloqué est réalisé à l'aide d'un nouveau «v.i.» « ech-bloq_sorties_carte ».

Rappeler le théorème de Shannon sur l'échantillonnage.

Étude dans le cas où la relation de Shannon n'est pas respectée.

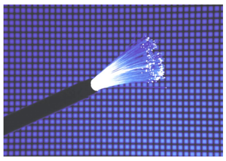
On donne les caractéristiques des signaux générés:

- e(t) *(signal d'échantillonnage)* de fréquence Fe= 1kHz et de rapport cyclique **τ/Te = 5%.**
- u(t) *(signal sinusoïdal)* de fréquence f=950Hz ou 1050Hz.

Relever à l'oscilloscope numérique les signaux u(t) et u_B(t). Commenter l'allure de u_B(t). Quelle est sa fréquence?

Étude dans le cas où la condition de Shanon est respectée

Les signaux générés ont maintenant les caractéristiques suivantes:



- e(t) *(signal d'échantillonnage)* de fréquence Fe= 1kHz et de rapport cyclique **τ/Te = 5%.**
- u(t) *(signal sinusoïdal)* de fréquence f=100Hz.

Relever à l'oscilloscope numérique:

- les signaux u(t) et $u_B(t)$. Commenter l'allure de $u_B(t)$.
- le spectre en amplitude du signal $u_B(t)$ dans la bande de fréquence (0, 5kHz) en notant les caractéristiques des 3 premières « raies » présentes.

Compléter le tableau suivant concernant le spectre de $u_B(t)$.

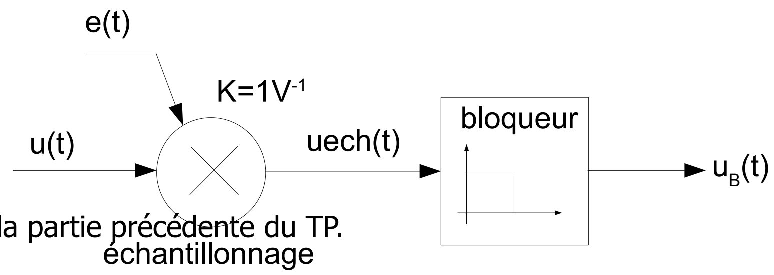
Fréquence F de la « raie »	f = 100Hz	Fe - f = 900 Hz	Fe + f = 1100 Hz
Valeur efficace de la « raie »			

Justification.

On admet que « bloquer » un signal revient à faire passer le signal échantillonné correspondant à travers un filtre dont le module de la fonction de transfert est défini par :

$$|\underline{B}(j.f)| = \frac{Te}{\tau} \cdot \left| \frac{\sin\left(\pi \cdot \frac{f}{Fe}\right)}{\pi \cdot \frac{f}{Fe}} \right|$$

On se ramène donc à l'étude de :



Le spectre de $u_{ech}(t)$ a été relevé dans la partie précédente du TP.

Compléter le tableau ci dessous:

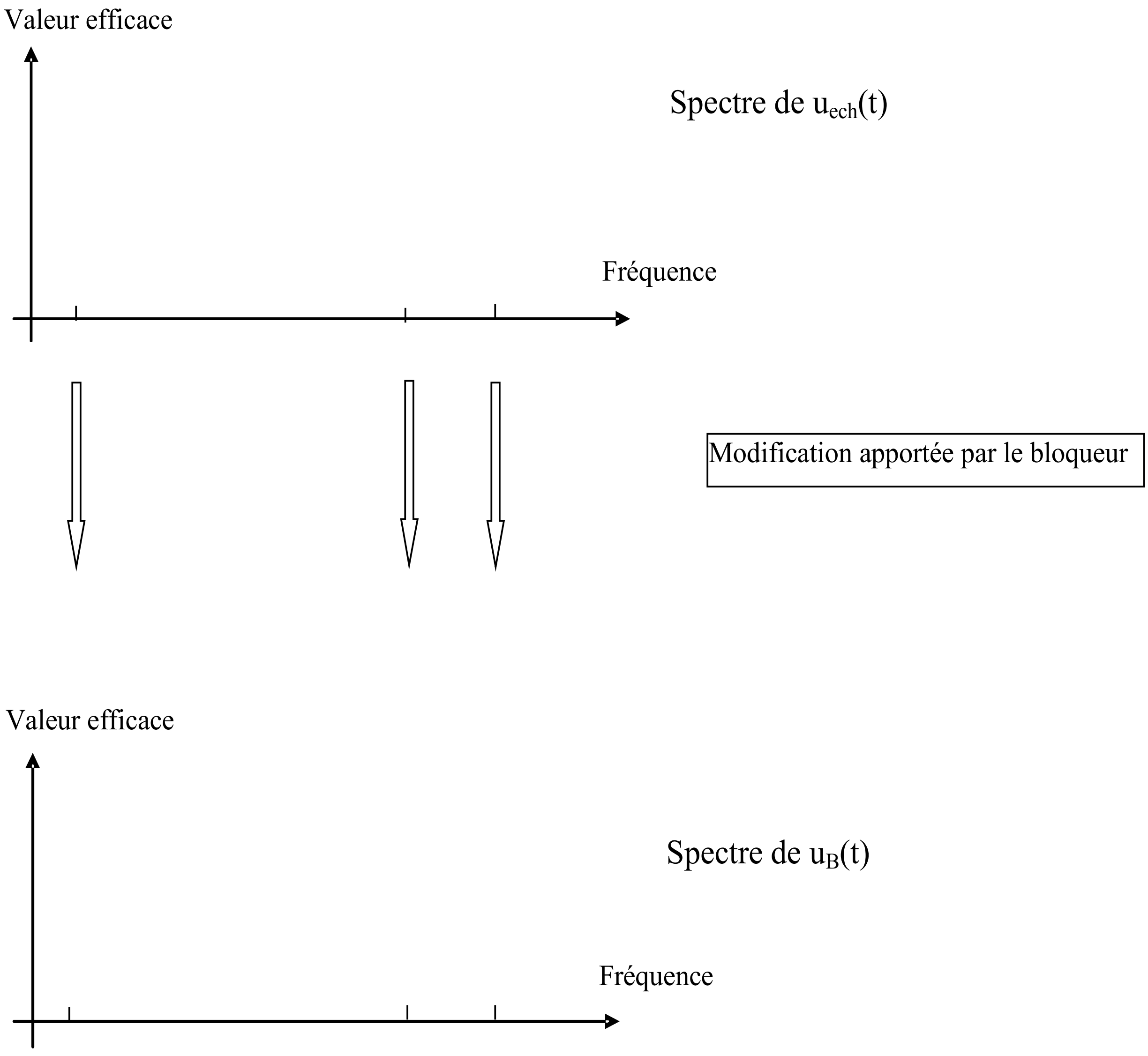
Fréquence F de la « raie » présente dans le spectre de uech(t)	f = 100Hz	Fe - f = 900 Hz	Fe + f = 1100 Hz
Valeur efficace de la « raie » présente			

Chaque « raie » présente dans le spectre de uech(t) est modifiée par la fonction de transfert du filtre.

Compléter le tableau ci dessous:

Fréquence F	f = 100Hz	Fe - f = 900 Hz	Fe + f = 1100 Hz
Module de $\underline{B}$			

Compléter enfin le graphique ci dessous pour en déduire l'allure du spectre théorique $u_B(t)$.



Valider la conformité avec le spectre expérimental relevé pour $u_B(t)$.

5) Mise en place d'un filtre de lissage.

On se place de nouveau dans le cas où la relation de Shanon est vérifiée.
On garde:

- e(t) *(signal d'échantillonnage)* de fréquence Fe= 1kHz et de rapport cyclique **τ/Te = 5%.**
- u(t) *(signal sinusoïdal)* de fréquence f=100Hz.

Le but est maintenant d'obtenir, à partir de uB(t), un signal uf(t) sinusoïdal.

Caractéristiques du filtre de lissage

Donner les caractéristiques du filtre à mettre en oeuvre; on demande une justification à partir du spectre d'amplitude de u_B(t) relevé précédemment (question IV-1).

Ouvrir le « vi » « ech-bloq_sorties_carte_filtré »

Renseigner la face avant, en indiquant le type de filtre, le choix de la fréquence de coupure.

Étude dans le cas d'un filtre du premier ordre.

Visualiser les signaux u_B(t), uf(t) à l'oscilloscope en effectuant une seule acquisition (mode Single). Attention au choix du déclenchement!
Commenter.

Étude dans le cas d'un filtre du premier ordre.

Le signal uf(t) peut maintenant être assimilé à un signal sinusoïdal.

Visualiser u_B(t) et uf(t) à l'oscilloscope en effectuant une seule acquisition.

Représenter ces signaux en notant les valeurs des paramètres caractéristiques suivants:amplitude crête à crête de uf(t) et u_B(t), déphasage entre le fondamental de u_B(t) et uf(t).

Valider l'amplitude du signal uf(t) et la valeur du déphasage.
On précise que le filtre numérique utilisé a la même réponse en fréquence qu'un filtre analogique de Butherworth décrit par une fonction de transfert du type :

$$\underline{T} = \frac{1}{1 + 2mj \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega}{\omega_0}^2}$$ avec m=0,707.

En effectuant une modification dans la fenêtre de programmation, visualiser, toujours en une seule acquisition, les signaux u(t) et uf(t).

Valider la valeur du déphasage.