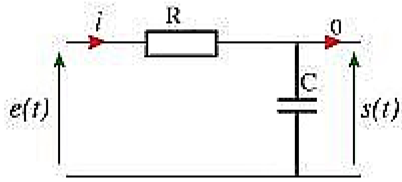
TP n°22 : étude expérimentale du régime transitoire des systèmes linéaires du premier et du second ordre .

➔ But du TP : le but de ce TP est l'étude de la réponse indicielle de systèmes du premier ordre (rappel), puis du second ordre. On rappelle des résultats supposés connus sur la réponse à un échelon d'un système du premier ordre pour établir des propriétés générales de ce type de système. Puis, on étudie la réponse différente des systèmes du second ordre.

1) rappels sur le circuit RC et sur les systèmes du premier ordre.

a) passage entre les complexes et l'équation différentielle.

On considère le circuit suivant :



donner l'équation différentielle reliant s(t) et e(t) si les grandeurs sont quelconques.
donner la relation entre les complexes S et E si on sait que la grandeur e(t) est sinusoïdale.

Pour passer de l'équation différentielle à la relation sur les complexes, on propose de remplacer l'opérateur dérivée $\frac{d}{dt}$ par une multiplication par $j.\omega$: cela fonctionne-t-il ici ?

On admet que c'est toujours le cas.

b) caractéristiques de la réponse d'un système du premier ordre à un échelon.

On considère le même circuit que précédemment avec R = 10 kΩ et C = 100 nF.
On sait de plus que e(t) est un signal échelon de hauteur 2V.

On rappelle qu'une équation différentielle de la forme :

$\alpha.\frac{dX}{dt}+X(t)=A$ (avec α et A des constantes nommées constante de temps et valeur finale)

n'admet qu'une seule solution :

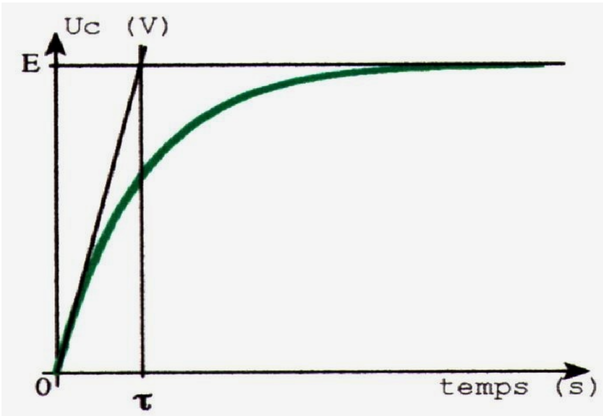
X(t) = A + (X(0) – A). $\exp(\frac{-t}{\alpha})$ avec X(0) la valeur de X(t) juste avant l'instant t =0.

Donner alors l'expression de s(t) si on suppose que s(0) = 0.

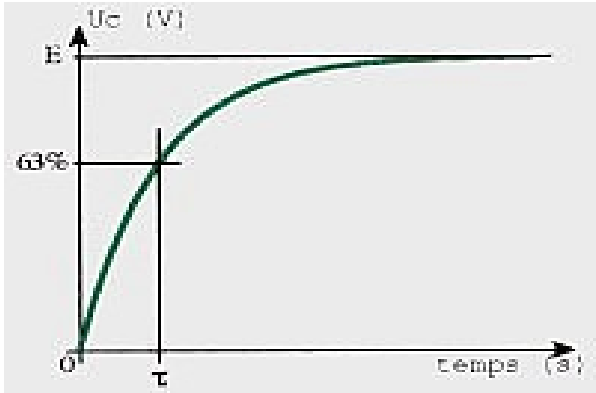
Valider ceci en effectuant le montage avec e(t) signal carré [0-2V] de fréquence f =100 Hz.
Commenter la forme de la courbe et donner la mesure de la constante de temps et de la valeur finale. Comparer les deux valeurs mesurées aux valeurs théoriques.

(Pour la mesure de la constante de temps, on rappelle qu'on peut utiliser la méthode de la tangente à l'origine ou la méthode des 63% : voir les deux dessins page suivante)

Rappeler la définition du temps de réponse à 5% et donner sa valeur numérique.
On démontre que, pour un système du premier ordre : tr5% = 3. τ . Est-ce le cas ici ?



tangente à l'origine



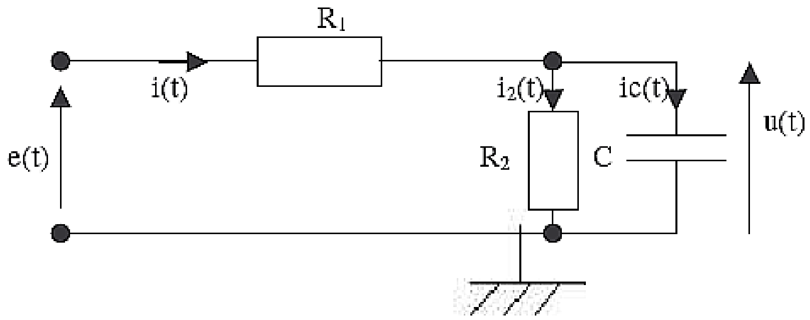
méthode des 63%

Conclusion sur la réponse indicielle d'un système du premier ordre : la réponse ne peut être que de type **exponentiel**. pour caractériser le système, on a besoin de **deux constantes** : la constante de temps et la valeur finale.

c) identification à un système du premier ordre.

On aimerait identifier un système inconnu(c'est-à-dire le remplacer par un modèle).
On peut le faire avec la réponse à un échelon (réponse indicielle).

On considère le système suivant :



<u>Valeurs des composants :</u>
$R_1 = 2{,}2\ k\Omega$, $R_2 = 1\ k\Omega$
$C = 220\ nF$
e(t) : signal carré [0-5 V]
de fréquence f = 200 Hz

On veut montrer que ce système est régi par l'équation suivante :

$$\boxed{\tau.\frac{du(t)}{dt}+u(t)=k.e(t)}$$

➔ Faire le montage et visualiser les deux tensions e(t) et u(t). La forme de u(t) laisse-t-elle à penser que le système est du premier ordre ? Justifier.

➔ Mesurer la constante de temps τ et la constante k. Comparer les deux valeurs mesurées aux valeurs théoriques : $\tau=\left(\frac{R1.R2}{R1+R2}\right).C$ et $k=\left(\frac{R2}{R1+R2}\right).E$

2) réponse indicielle d'un système du second ordre.

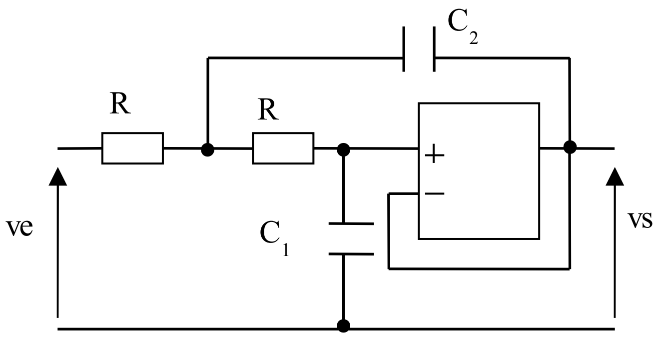
Tout système linéaire passe-bas du second ordre, d'entrée e(t) et de sortie s(t) est décrit par une équation différentielle du second ordre du type :

$$\frac{1}{\omega_0^2}\cdot\frac{d^2s(t)}{dt^2}+\frac{2m}{\omega_0}\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=T_0e(t) \text{ avec } T_0 \text{ réel}$$

- Quand e(t) est sinusoïdal, on peut introduire les notations complexes et définir la transmittance ou fonction de transfert complexe $\underline{T}(j\omega)$ du système.

- Quand e(t) est quelconque (échelon, impulsion, rampe), on travaille avec l'équation différentielle qu'il faut résoudre (on verra plus tard une représentation plus facile à utiliser que les équations différentielles : représentation de Laplace)

A l'aide de l'équivalence $\frac{d}{dt} \leftrightarrow j.\omega$, démontrer que : $\underline{T}(j\omega)=\frac{\underline{s}}{\underline{e}}=\frac{T_0}{1+2jm\cdot\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$



Le système, servant de base à l'étude, est un filtre actif passe-bas du second ordre dont la structure, de type Sallen-key, est donnée ci-dessous :

On rappelle que la fonction de transfert a pour expression : $\underline{T}=\frac{\underline{Vs}}{\underline{Ve}}=\frac{1}{1+2\,jRC_1\,\omega\,-R^2C_1C_2\,\omega^{\,2}}$

Donner l'expression de T_0, m et ω_0 pour que T puisse se mettre sous la forme canonique :

$$\underline{T}(j\omega)=\frac{\underline{s}}{\underline{e}}=\frac{T_0}{1+2jm\cdot\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Sachant que R = 100 kΩ, calculer les valeurs de T_0, m et ω_0 dans les deux cas suivants :

valeurs de C1 et C2	T_0	m	ω_0
C1 = 330 nF et C2 = 68 nF			
C1 = 47 nF et C2 = 470 nF			

Quel est le principal changement entre les deux situations ?

a) utilisation de Labview pour l'étude de la réponse indicielle .

On va utiliser Labview et la carte d'acquisition pour relever et analyser la réponse indicielle du système :

Relevé de la réponse indicielle :
Dans les deux cas donnés ci-dessus (deux valeurs du couple C1, C2) :
➔ utiliser le fichier « echelon_acquisition-fichier.vi » pour effectuer l'acquisition de la réponse à un échelon du système . On prendra un échelon de 5 V et une durée d'acquisition de 0,5 s.
➔ Sauvegarder les résultats de cette simulation dans un fichier (avec deux noms différents!).
➔ Relever également à l'aide de l'oscilloscope en mode « single » les chronogrammes de ve(t) et de vs(t) dans les deux cas.

Analyse : pour les deux couples de condensateurs :
➔ mesurer la valeur finale, le temps de réponse à 5% et le premier dépassement éventuel.

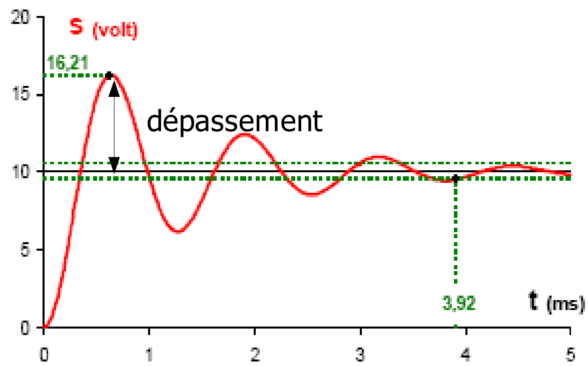
➔ La valeur finale nous renseigne sur le paramètre T0 puisque : $S_\infty = T0 \cdot E_\infty$. En déduire alors T0.
➔ A l'aide des abaques fournis, en déduire la valeur de m et de $\omega 0$.

➔ Utiliser le fichier : « réponse indicielle_simulation_pratique.vi » pour essayer de retrouver les trois paramètres du système du second ordre.

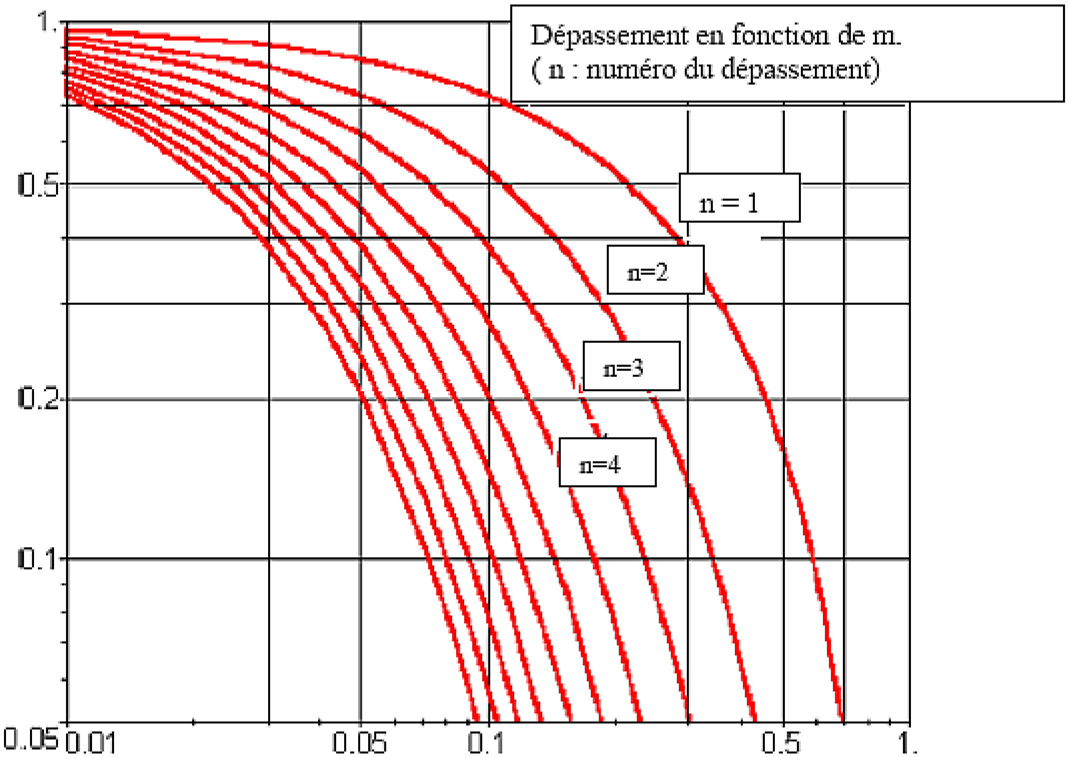
b) analyse des différences entre les réponses indicielles .

cas n°1 : C1 = 330 nF et C2 = 68 nF
Rappeler la valeur de m.
Commenter la forme de la réponse indicielle. Ressemble-t-elle à la réponse d'un système du premier ordre ?
Faire un zoom auprès de t = 0 : que remarque-t-on sur la courbe de réponse ?

cas n°2 : C1 = 47 nF et C2 = 470 nF
Rappeler la valeur de m.
Commenter la forme de la réponse indicielle.



Annexe : abaques pour les courbes du second ordre.



Valeur de m